

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Terceira Lista de Exercícios de Cálculo Diferencial e Integral I - MTM122
Prof. Júlio César do Espírito Santo

24 de Maio de 2017

(1) Obtenha $x \in \mathbb{R}$ tal que

(a) $2^x = 16$ (b) $4^x = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x}$ (c) $(3^x)^{x+3} = 9^{x+6}$ (d) $2 \cdot 5^x + 3 \cdot 5^{x+1} = 17$
(a) $7^{3x-2} < 49$ (b) $8^{x/3+2/3} \leq 32^{x-2}$ (c) $(5/3)^{x^2+10} \geq (5/3)^{7x}$ (d) $\sqrt[3]{2^{x+1}} < 16$

(2) Obtenha $x \in \mathbb{R}$ tal que

(a) $\frac{9x^2}{(1 - \sqrt{3x+1})^2} > 4,$
(b) $\sqrt{x^2+9} + \sqrt{x^2-6x+10} = 5,$
(c) $\sqrt{x + \sqrt{4x-4}} + \sqrt{x - \sqrt{4x-4}} = \sqrt{x+3},$
(d) $\sqrt{x + \sqrt{4x + \sqrt{16x + \sqrt{\dots + \sqrt{4^{100}x - 3}}}}} = 1 - \sqrt{x}.$

(3) Diga qual é o domínio de cada uma das funções abaixo e use translações e reflexões de gráficos básicos já conhecidos para traçar os gráficos de:

(a) $f(x) = |x-1| + 2$ (b) $g(x) = (x+2)^2$
(c) $f(x) = 1 - \sqrt{2+x}$ (d) $k(x) = 1 - (x-2)^3$
(e) $f(x) = 2 - \frac{1}{x-1}$ (f) $g(x) = 2 - \frac{1}{(1-x^2)}$
(g) $f(x) = 1 - \sqrt[3]{1-x}$ (h) $k(x) = \left|1 - \frac{1}{|3-|x||}\right|$

(4) Os gráficos das funções $y = 1/x^2$ e $y = 1/|x|$ são iguais? Traçe-os em um mesmo plano cartesiano.

(5) Traçe o gráfico de $y = |2x-4| - |x-4| + |3x| - 28$.

(6) Sejam A e B dois conjuntos finitos com $A \subset B$ e $A \neq B$. Decida se cada uma das seguintes afirmações é (V)erdadeira ou (F)alsa.

() Existe uma bijeção $f : A \rightarrow B$.

() Existe uma função injetora $g : B \rightarrow A$.

(7) Diga qual é o (maior) domínio de cada uma das funções seguintes de forma que elas sejam invertíveis e calcule sua inversa. Traçe o gráfico destas funções.

(a) $g(x) = x^2 - 2x - 3$

(b) $h(x) = x^2 + x + 2$

(c) $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$

(d) $k(x) = -\sqrt{4 - x^2}$

- (8) Se f é uma função polinomial do primeiro grau com $f(-1) = 2$ e $f(2) = 3$, escreva a função f .
- (9) Encontre a equação de uma função afim cujo gráfico passe pelo ponto $P = (2, 3)$ com inclinação $m = -2$. Trace o gráfico.
- (10) Encontre a equação da reta que passe pelos pontos $(-1, 3)$ e $(-2, 1)$. Calcule sua inclinação.
- (11) Se S é uma reta que passa pelo ponto $(4, 4)$ e é perpendicular a reta

$$x + 2y = 6,$$
 encontre a equação da reta S . Em que ponto S intersecta a reta acima? Desenhe as duas retas em um mesmo plano cartesiano. (Use a mesma escala nos eixos).
- (12) Determine o (maior) domínio das funções a seguir.

(a) $f(x) = \sqrt{\frac{2x-3}{3x-2}}$

(b) $g(x) = \frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt{3x-2}}$

(c) $J(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x-1}}$

(d) $v(t) = -\sqrt{t^2 - 1}$

- (13) Use um mesmo plano cartesiano para traçar o gráfico de
- g
- e
- h
- em cada item abaixo.

(a) $g(x) = 2x - 2$

e $h(x) = -(1/2)x + 3$

(b) $g(x) = x^2 + 2x + 2$

e $h(x) = -(1/2)x^2 + (3/2)x + 1$

(c) $g(x) = x^2$

e $h(x) = x^3$

- (14) Construa, no mesmo plano cartesiano, o gráfico das funções

$$f(x) = -\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} + 1 \quad \text{e} \quad g(x) = -x + \frac{1}{2}.$$

Ainda no mesmo plano cartesiano trace as retas que tenham $g(x_0)$ como coeficiente angular e passe pelos pontos $P = (x_0, f(x_0))$, onde:

(a) $x_0 = -1,$

(b) $x_0 = 0,$

(d) $x_0 = 1,$

(c) $x_0 = 1/2,$

(e) $x_0 = 2.$

- (15) Construa os gráficos das seguintes funções

(a) $f(x) = 2 + (x - 1)^3$

(b) $f(x) = -\frac{2}{(x-1)^2}$

(c) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$

(d) $f(x) = \frac{x-1}{x+4}$

$$(e) f(x) = (|x-2| - 2)^2 \quad (f) f(x) = \begin{cases} 3, & \text{se } x < -2; \\ |-x^2 + 1|, & \text{se } |x| \leq 2; \\ -(3/2)(x-2) + 3, & \text{se } 2 < x \leq 4; \\ x^2 - 8x + 16, & \text{se } x > 4. \end{cases}$$