UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

3a. Lista de Matemática Aplicada à Engenharia de Controle e Automação - MTM146

Prof. Júlio César do Espírito Santo

26 de março de 2018

(1) Use a Desigualdade Triangular para provar que

$$|z_1 + z_2| \geq \Big||z_1| - |z_2|\Big|.$$

(2) Em cada caso, encontre todas as raízes e esboce-as geometricamente.

(a) $(2j)^{1/2}$ (b) $(-j)^{1/3}$ (c) $(-1)^{1/3}$ (d) $8^{1/6}$

Resp. $\pm(1+j); j, (\pm\sqrt{3}ij)/2; -1, (\sqrt{3} \pm j)/2; \pm\sqrt{2}, (1 \pm j\sqrt{3})/\sqrt{2}, (-1 \pm j\sqrt{3})/\sqrt{2}$.

(3) encontre as quatros raízes da equação $s^4 + 4 = 0$.

Resp. $\pm 1 \pm j$.

(4) Esboce no plano complexo o conjunto de pontos $s = \sigma + j\omega$ que satisfazem as expressões (a) $\sigma < 0$, (b) $\sigma > 0$ e (c) $-2 \leq \omega \leq 2$.

(5) Um subconjunto S do plano complexo é chamado *Domínio* se o mesmo for um conjunto aberto e conexo. Esboce no plano complexo o conjunto de pontos $s \in \mathbb{C}$ que satisfazem as expressões abaixo e decida quando são ou não domínios.

(a) $|s - 2 + j| \leq 1$

(b) $|2s + 3| > 4$

(c) $\text{Im}(s) > 1$

(d) $|\text{Im}(s)| > 1$

(e) $|s| > 0,\ 0 \leq \arg(s) \leq \pi/4$

(f) $|s - 4| \geq |s|$

(g) $\text{Re}(s^2) > 0$,

(h) $1/2 \leq |s - 1 - j| \leq 1$,

(i) $0 < |s - s_0| < \delta$, onde $s_0 \in \mathbb{C}$ está fixo e $\delta > 0$.

(6) No contexto da analise de circuitos em corrente alternada, quando é preciso operar com quantidades senoidais em determinada frequência como

$$I(t) = i_m \, \mathrm{sen}(\omega t + \theta),$$

comumente usamos a álgebra dos números complexos e a notação

$$\mathbf{I}(t) = i_{rms} \angle + \theta,$$

onde $i_{rms} = i_m/\sqrt{2}$. Este raio vetor, tendo uma magnitude (ou módulo) i_{rms} constante com a extremidade inicial fixada a origem é chamado *Fasor* quando aplicado a circuitos elétricos.

Converta as expressões abaixo do domínio do tempo para o domínio dos fasores.

(a) $50\sqrt{2}\,\mathrm{sen}(\omega t)$, (b) $69,6\,\mathrm{sen}(\omega t + 72°)$, (c) $45\cos(\omega t)$.

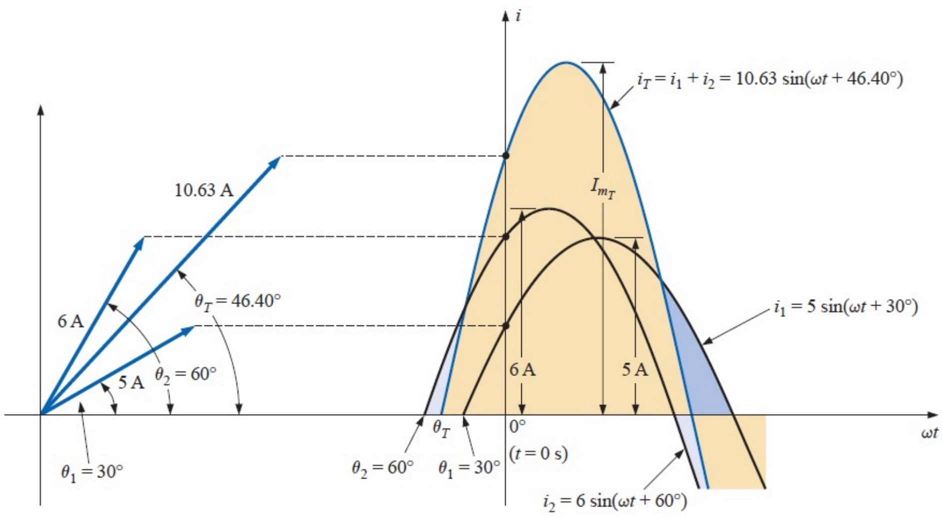
Resp. $\mathbf{50\angle 0°}$; $\mathbf{49,21\angle 72°}$;$\mathbf{31,82\angle 90°}$.

(7) Converta as expressões abaixo do domínio dos fasores para o domínio do tempo (Considere a frequência $f = 60$Hz e $\omega = 2\pi f$).

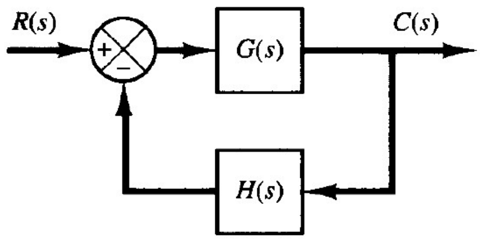
(a) $\mathbf{10\angle 30°}$, (b) $\mathbf{115\angle{-70}°}$.

Resp. $14,14\,\mathrm{sen}(377t + 30°)$; $162,6\,\mathrm{sen}(377t - 70°)$.

(8) Usar a notação fasorial para calcular $i_T = i_1 + i_2$, onde $i_1 = 5\,\mathrm{sen}(\omega t + 30°)$ e $i_2 = 6\,\mathrm{sen}(\omega t + 60°)$. Veja a figura.



(9) Considere o sistema de controle abaixo, cuja função de transfe-



rência de malha fechada é

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}.$$

Em grande parte dos casos, o produto $G(s)H(s)$ é escrito como uma função racional que envolve um parâmetro de ganho K, isto é,

$$G(s)H(s) = \frac{K(s+z_1)(s+z_2)\cdots(s+z_m)}{(s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_n)},$$

onde $0 \leq K \leq \infty$.

Em cada caso abaixo, use uma cruzinha $\times$ para representar os pontos $-p_i$, e uma bolinha $\circ$ para representar os pontos $-z_i$ no plano complexo. O lugar destas raízes fornece importantes informações sobre o comportamento geral do sistema.

(a) $G(s)H(s) = \dfrac{K}{s(s+1)(s+2)}$,

(b) $G(s)H(s) = \dfrac{K(s+2)}{s^2+2s+3}$,

(c) $G(s)H(s) = \dfrac{K(s-3)(s+2)}{(s+1)(s+1+3j)(s+1-3j)}$,

(d) $G(s)H(s) = \dfrac{K(s-2)}{(s^2+2s+5)(s+1)}$.

Bons estudos!