TERCEIRA AVALIAÇÃO DE CÁLCULO III - MTM124

PROF. JÚLIO CÉSAR DO ESPÍRITO SANTO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO

27 de julho de 2016

Aluno: ____

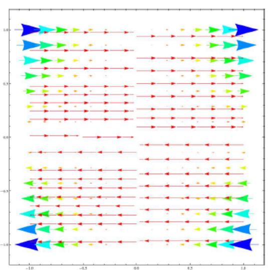
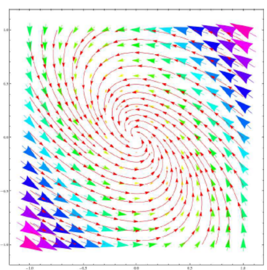
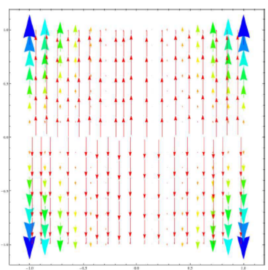
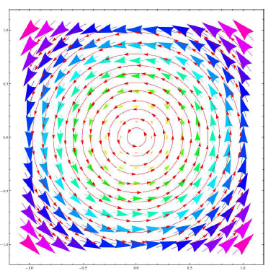
Proibido uso de celulares, calculadoras ou equipamentos eletrônicos.

(1) Faça corresponder a primeira coluna à segunda. (Não é preciso justificativa).

(A)	$\int_\gamma \mathbf{F} \cdot \mathbf{dr}$	( )	$\iiint_Q \operatorname{div} F dV$.
(U)	$\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\, dS$	( )	$\int_a^b \mathbf{F(r(t))} \cdot \mathbf{r'(t)} dt$.
(N)	Teo. Fund. para Integrais de Linha: $\int_\gamma \nabla f \cdot \mathbf{dr}$	( )	$f(\gamma(b)) - f(\gamma(a))$.
(I)	Teorema de Green: $\int_\gamma M dx + N dy$	( )	$\iint_D \|\|r_u \times r_v\|\| dA$.
(E)	Teorema Stokes: $\iint_S \nabla \times \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\, dS$	( )	$\iint_D \mathbf{F(r(u,v))} \cdot (\mathbf{r_u} \times \mathbf{r_v})\, dudv$.
(R)	Teorema da Divergência: $\iint_{\partial Q} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\, dS$	( )	$\int_C \mathbf{F} \cdot \mathbf{dr}$.
(Q)	Área da Superfície: $A(S)$	( )	$\int\int_D \left(\dfrac{\partial N}{\partial x} - \dfrac{\partial M}{\partial y} \right) dA$.

(2) Faça corresponder as equações dos campos vetoriais aos números ao lado dos gráficos, justifique.

(   ) $\mathbf{F}(x, y) = x^2 y \mathbf{j}$ (   ) $\mathbf{F}(x, y) = x^2 y \mathbf{i}$ (   ) $\mathbf{F}(x, y) = -(y + x)\mathbf{i} + x\mathbf{j}$ (   ) $\mathbf{F}(x, y) = -y\mathbf{i} + x\mathbf{j}$

1 
2 
3 
4 

(3) Faça o que se pede.

(a) Calcule o fluxo de $\mathbf{F}(x,y,z) = (x-y)\mathbf{i} + (y-z)\mathbf{j} + (z-x)\mathbf{k}$ para fora da esfera unitária.

(b) Se W é o cubo unitário $[0,1]^3$ no primeiro octante, calcule a integral

$$\iint_{\partial W} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S},$$

diretamente e pelo Teorema da Divergência, onde $\mathbf{F}(x,y,z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} - z\mathbf{k}$.

(4) Calcule a integral de superfície

$$\iint_S (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot d\mathbf{S}$$

onde S é o hemisfério $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, com $x \geq 0$ e $\mathbf{F}(x,y,z) = x^3\mathbf{i} - y^3\mathbf{j}$.

(5) Use uma integral de superfície para provar que

(a) A área da superfície esférica de raio a parametrizada por

$$\Gamma(u,v) = a \operatorname{sen} u \cos v\mathbf{i} + a \operatorname{sen} u \operatorname{sen} v\mathbf{j} + a \cos u\mathbf{k}$$

onde $u \in [0,\pi]$ e $v \in [0,2\pi]$ é igual a $A = 4\pi a^2$.

(b) A área da superfície em forma de toro parametrizada por

$$\Gamma(u,v) = (a + b\cos u)\cos v\mathbf{i} + (a + b\cos u)\operatorname{sen} v\mathbf{j} + b \operatorname{sen} u\mathbf{k}$$

onde $u \in [0,2\pi]$ e $v \in [0,2\pi]$ é igual a $A = 4\pi^2 ab$.

Boa Prova!