

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Quarta Lista de Exercícios de Cálculo Diferencial e Integral I - MTM122

Prof. Júlio César do Espírito Santo

29 de Maio de 2017

- (1) Faça, no mesmo plano cartesiano, o gráfico das seguintes hipérboles. (Use cores diferentes para cada, se possível)

(a) $f(x) = \frac{1}{x}$ (b) $f(x) = \frac{2}{x}$ (c) $f(x) = \frac{3}{x}$ (d) $f(x) = -\frac{2}{x}$ (e) $f(x) = \frac{0,5}{x}$

- (2) (*Assíntotas*) Chamamos as retas $x = h$ e $y = k$ de assíntotas da hipérbole de equação $(x-h)(y-k) = c$, com $c \neq 0$. Esboce o gráfico das seguintes hipérboles e inclua, no mesmo desenho, suas assíntotas.

(a) $(x+2)(y-1) = 4$ (b) $y = \frac{x+6}{x+2}$ (c) $(x+2)(y-1) = -4$

(d) $y = \frac{x-2}{x+2}$ (e) $y = \frac{7}{x-6}$ (f) $xy = 1$.

- (3) Se na expressão $(x-h)(y-k) = c$, tivermos $c = 0$, estaremos diante de uma "hipérbole degenerada". Esboce o gráfico de $(x+2)(y-2) = 0$. Esta equação representa uma função $y = f(x)$?

- (4) Determine se a função $f(x) = -4x^2 - 20x - 25$ tem ponto de máximo ou de mínimo e calcule suas coordenadas. Esboce o gráfico desta função e faça o estudo de sinal.

- (5) Resolva as inequações abaixo e em seguida construa (no mesmo plano) o gráfico de cada uma das funções de primeiro ou segundo grau que aparecem nas inequações.

(a) $x^2 - x - 2 > 0$ (b) $\frac{x^2 - 1}{2x - x^2} > 0$

(c) $-x \leq x^2 - 6 < -x^2 + 6x - 6$ (d) $(x^2 - x - 6)(x^2 - x + 1) < 0$

- (6) A notação $\lfloor x \rfloor$ (lê-se piso de x) é usada para indicar o maior inteiro que é menor ou igual a um número real x . Por exemplo, $\lfloor 1 \rfloor = 1$, $\lfloor 2,2 \rfloor = 2$, $\lfloor \pi \rfloor = 3$ e $\lfloor -1,7 \rfloor = -2$. Esboce os gráficos das seguintes funções

(a) $y = \lfloor x \rfloor$ (b) $y = \lfloor 2x \rfloor$ (c) $y = x - \lfloor x \rfloor$

(d) $y = \sqrt{x - \lfloor x \rfloor}$ (e) $y = \lfloor x \rfloor + \sqrt{x - \lfloor x \rfloor}$ (f) $y = \sqrt{x} - \lfloor \sqrt{x} \rfloor, 0 \leq x \leq 9$

- (7) Das funções abaixo, diga quais representam funções pares e quais representam funções ímpares (ou nem par nem ímpar).

(a) $f(x) = x^3$ (b) $f(x) = |x|$ (c) $f(x) = 3x^4 - 2x^2 + 1$ (d) $f(x) = 5x^3 - 2x$

(e) $f(s) = s^2 + 2s + 2$ (f) $f(t) = t^6 - 4$ (g) $f(x) = |x| + 1$ (h) $f(y) = \frac{y^3 - y}{y^2 + 1}$

(i) $f(x) = \lfloor \lfloor x \rfloor \rfloor$ (j) $y = \frac{x^3 + x}{x^2 + 1}$ (k) $f(x) = 1/x$ (l) $f(x) = 1/|x|$

- (8) Verifique que se $f(x) = ax + b$, então

$$f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) = \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}.$$

Isto é verdade para $f(x) = x^2$?

- (9) Encontre $f(f(x))$, onde $f(x) = (1+x)/(1-x)$.
- (10) Dê exemplos e trace gráficos de funções injetivas, sobrejetivas e bijetivas. Dê exemplos de funções injetivas que não são sobrejetivas e de funções sobrejetivas que não são injetivas. Trace os gráficos.
- (11) Esboce o gráfico das funções de \mathbb{R} em \mathbb{R} abaixo e, segundo seu comportamento *em todo seu domínio*, classifique as funções em (I)injetora, (S)sobrejetora, (B)bijetora, (P)par, (IM)ímpar, (C)crescente, (D)decrecente, (PE)periódica ou (NP)não periódica.

(a) $y = x$

(b) $y = x^2$

(c) $y = x^3$

(d) $y = |x|$

(e) $y = \cos(x)$

(f) $y = e^x$

- (12) Relacione as funções abaixo com seus gráficos. Decida se são pares, ímpares ou nenhuma delas.

(a) $f_1(x) = 5x^3 + 6x^2 + 1$

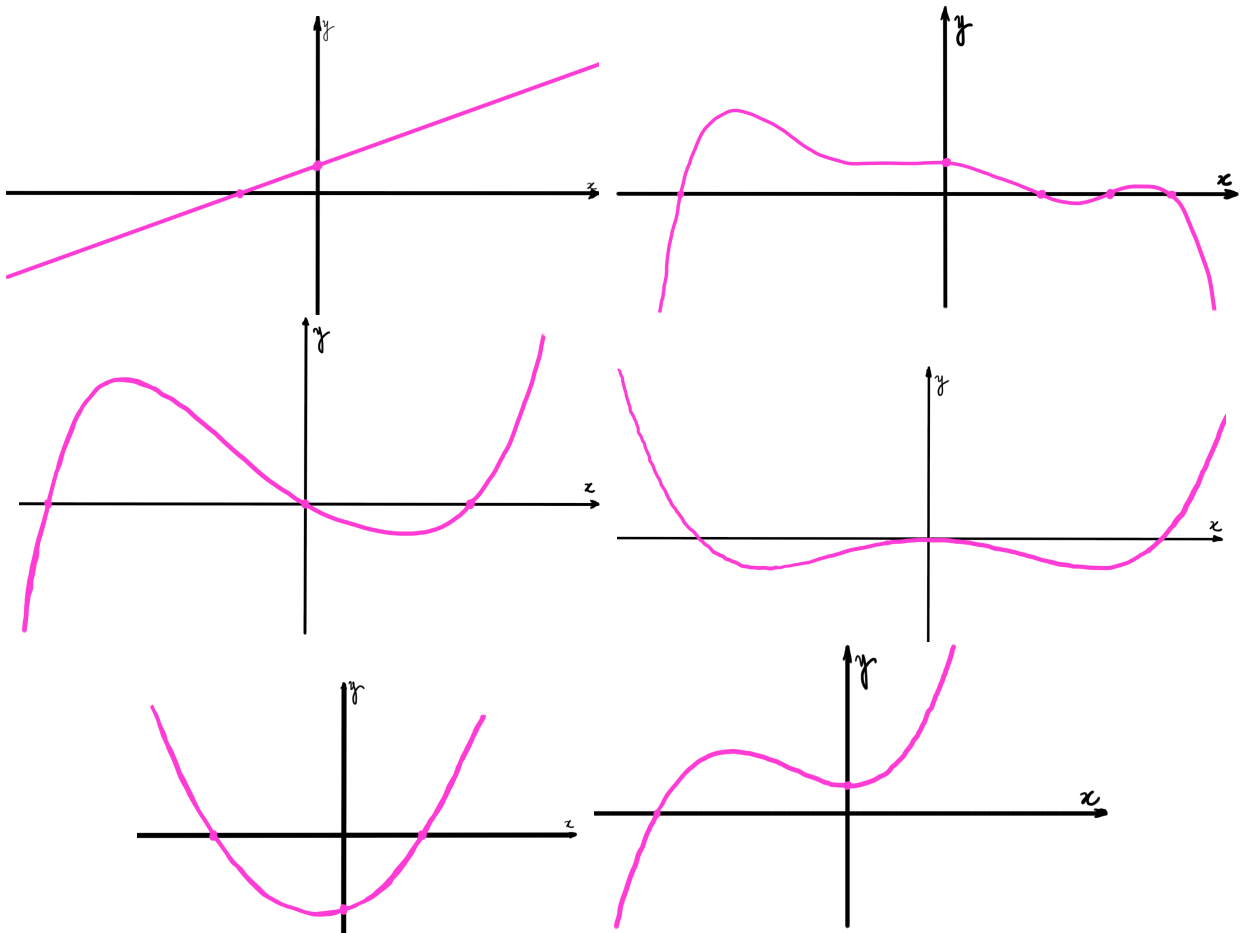
(b) $f_2(x) = -x^6 + 3x^4 - 2x^2 - x + 1$

(c) $f_3(x) = x^5 + 2x^2 - 3x$

(d) $f_4(x) = 2(x-1) + 3$

(e) $f_5(x) = 5x^2 + 2x - 3$

(f) $f_6(x) = x^4 - 2x^2$



(13) Considere a função dada por $f(x) = 2x + 5$. Esboce, para $-8 \leq x \leq 8$, o gráfico de

$$g(x) = \frac{f(x) + f(2)}{x + f(1)}.$$

(14) Exprima em função de x :

(a) o volume $V(x)$ delimitado por uma esfera de raio x ;

(b) a área $A(x)$ total da de um cubo de aresta x ;

(c) o comprimento $\ell(x)$ de uma corda de uma circunferência de raio igual a 4cm, como função de sua distância x , em centímetros ao centro da circunferência;

(d) A área de um triângulo equilátero de lado medindo x .

(15) Sejam f e g duas funções cujos gráficos estão abaixo representados. Pela análise do gráfico obtenha:

$$g \circ f \circ g(8) - \frac{2}{3} \left(g \circ f \left(-\frac{3}{2} \right) \right).$$

