

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO**  
**INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

4a. Lista de Matemática Aplicada à Engenharia de Controle e Automação - MTM146  
 Prof. Júlio César do Espírito Santo

03 de abril de 2019

(1) Seja  $s = j^{105} + j^{23} + j^{20} - j^{34} - j$ . Calcule  $|s|$  e  $\arg(s)$ .

(2) Escreva na forma polar e represente graficamente.

(a)  $z = 4j$ ,      (b)  $z = -1$ ,      (c)  $z = 2$ ,      (d)  $z = -3j$ .

(3) Para cada um dos números complexos  $z$  abaixo, escreva na forma  $z = re^{j\theta}$ .

(a)  $z = \frac{-2}{1 + j\sqrt{3}}$ ,      (b)  $z = \frac{j}{-2 - 2j}$ ,      (c)  $z = (\sqrt{3} - j)^6$ .

(d)  $z = \frac{(2\sqrt{3} + 2j)^8}{(1 - j)^6} + \frac{(1 + j)^6}{(2\sqrt{3} - 2j)^8}$ ,      (e)  $z = \frac{(-1 + j)^4}{(\sqrt{3} - j)^{10}} + \frac{1}{(2\sqrt{3} + 2j)^4}$ ,      (f)  $z = 2 + 2j\sqrt{3}$ .

Resp.  $e^{2\pi j/3}$ ;  $\sqrt{2}/4e^{5\pi j/4}$ ;  $64e^{j\pi}$ .

(4) Use a *forma polar* para mostrar que

(a)  $j(1 - j\sqrt{3})(\sqrt{3} + j) = 2 + 2j\sqrt{3}$

(b)  $5j/(2 + j) = 1 + 2j$

(c)  $(-1 + j)^7 = -8(1 + j)$

(d)  $(1 + j\sqrt{3})^{-10} = 2^{-11}(-1 + j\sqrt{3})$

(5) Em cada caso, encontre todas as raízes e esboce-as geometricamente.

(a)  $(2j)^{1/2}$       (b)  $(-j)^{1/3}$       (c)  $(-1)^{1/3}$       (d)  $8^{1/6}$

(e)  $\left(\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$       (f)  $j^{1/4}$       (g)  $(-2)^{1/4}$       (h)  $1^{1/5}$

Resp.  $\pm(1 + j)$ ;  $j$ ;  $(\pm\sqrt{3}ij)/2$ ;  $-1$ ;  $(\sqrt{3} \pm j)/2$ ;  $\pm\sqrt{2}$ ;  $(1 \pm j\sqrt{3})/\sqrt{2}$ ;  $(-1 \pm j\sqrt{3})/\sqrt{2}$ .

Bons estudos!