UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Quinta Lista de Exercícios de Cálculo Diferencial e Integral I - MTM122
Prof. Júlio César do Espírito Santo

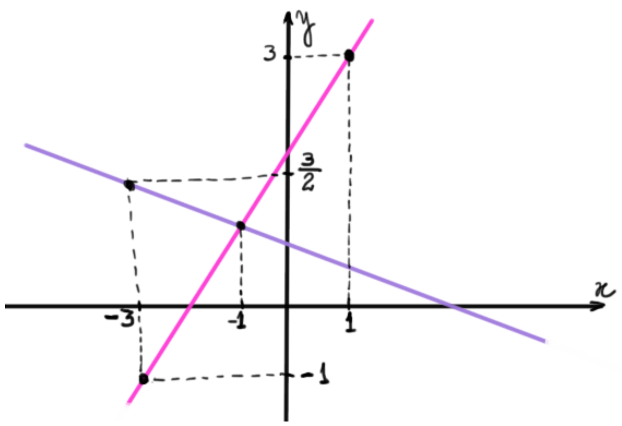
31 de Maio de 2017

(1) Duas retas dadas por $y = m_1x + n_1$ e $y = m_2x + n_2$ são perpendiculares quando seus coeficientes angulares satisfazem

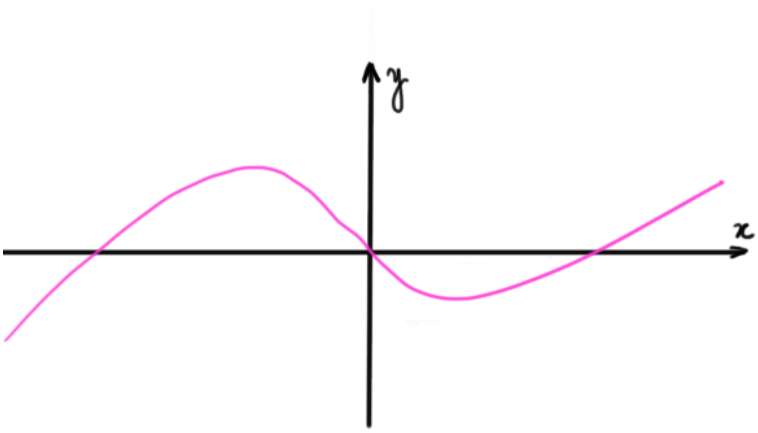
$$m_1 = -\frac{1}{m_2}.$$

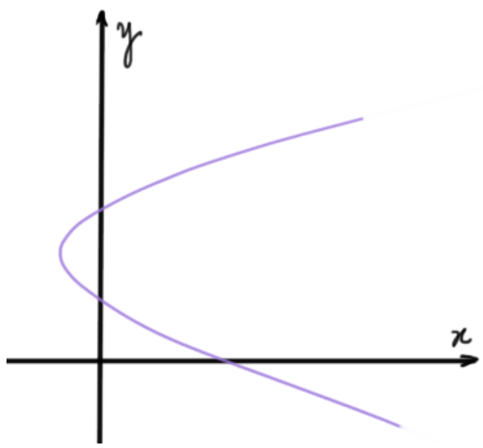
Obtenha a reta perpendicular a $y = 3 - 2x$ que passe pelo ponto (3,2).Trace seus gráficos em um mesmo plano cartesiano.

(2) Sejam f e g duas funções cujos gráficos estão abaixo representados. Determine as equações $y = f(x)$ e $y = g(x)$.

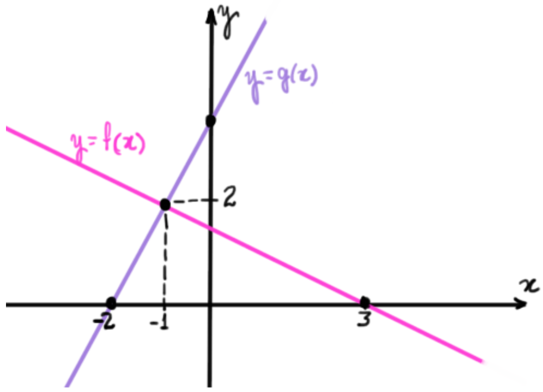


(3) Analisando cada gráfico abaixo, determine se as curvas representam ou não o gráfico de uma função $y = f(x)$.





(4) Na imagem abaixo estão representadas as funções f e g, definidas em todo $x \in \mathbb{R}$.



Com base no gráfico, responda:

(a) As funções f e g são crescentes ou decrescentes?

(b) Para quais valores de x a função g assume valores negativos?

(c) Para quais valores de x a função f assume valores positivos?

(d) Para quais valores de x tem-se $f(x) < g(x)$?

(e) Para quais valores de x a função $h(x) := f(x) \cdot g(x)$ assume valores negativos?

(f) Qual o domínio da função $J(x) = \sqrt{f(x) - g(x)}$?

(5) Esboce o gráfico de f, determinando seu domínio e o conjunto imagem, se:

(a) $f(x) = 4x - 3x$

(b) $f(x) = x + |x|$

(c) $f(x) = x^2 - 8x + 14$

(d) $f(x) = |x - 4|$

(e) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

(f) $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$

(g) $f(x) = \begin{cases} -x, & \text{se } x < 0 \\ 2, & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ x^2 & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$

(h) $f(x) = \begin{cases} -5, & \text{se } x < -5 \\ x, & \text{se } -5 \leq x < 5 \\ 5 & \text{se } x \geq 5. \end{cases}$

(i) $f(x) = \begin{cases} 2x+3, & \text{se } x < 0 \\ x^2, & \text{se } 0 \leq x < 2 \\ 1 & \text{se } x \geq 2. \end{cases}$

(6) Identifique se as funções $p : A \subset \mathbb{R} \to B \subset \mathbb{R}$ são funções polinomiais, ou não.

(a) $p_2(x) = 2^x + \sqrt{3}x^2 - 2$

(b) $p_3(x) = -7x + \pi$

(c) $p_3(x) = x^{-7} + \pi$

(d) $p_5(x) = \sqrt{3}x$

(e) $p_6(x) = 3\sqrt{x}$

(7) Seja $f(x) = x^3 - 4x^2 + 6x - 4$. Calcule o valor de f nos pontos $x = 1$, $x = \frac{1}{2}$, $x = 0$ e $x = 2$.

(8) Determine r na função $p(x) = x^3 - rx^2 + 2$, sabendo-se que $f(1) = 0$.

(9) Seja $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$. Determine $f(x+1)$ e $f(1-x)$.

(10) Fatore $y = x^5 - 6x^3 + 9x$, em seguida encontre os valores de x para que $y = 0$.

(11) Determine o (maior) domínio das seguintes funções (reais de variável real).

(a) $f(x) = x^2 + 2x.$ (b) $f(x) = \dfrac{x}{2x-7}.$ (c) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x-2}}{\sqrt[3]{4-x}}.$

(d) $f(x) = \dfrac{2x+1}{x^2-9}.$ (e) $f(x) = \sqrt[7]{x^2-9}.$ (f) $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{x-2}.$

(g) $f(x) = \sqrt{x-2} + \dfrac{x+1}{x-3}.$ (h) $f(x) = \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+4}}.$ (i) $f(x) = x^2 - 5x + 6.$

(12) Determine o (maior) domínio das seguintes funções (reais de variável real).

(a) $f(x) = \dfrac{1}{x-1}.$ (b) $f(x) = \dfrac{x}{x^2-1}.$ (c)$f(x) = \dfrac{2x}{x^2+1}.$

(d) $f(x) = \dfrac{x}{x+2}.$ (e) $f(x) = \sqrt{x+2}.$ (f) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+1}{x^2+x}}.$

(g) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}.$ (h) $f(x) = \sqrt[4]{\dfrac{x}{x+3}}.$ (i) $f(x) = \sqrt[3]{x^2-x}.$

(j) $f(x) = \sqrt{x(2-3x)}$ (k) $f(x) = \sqrt{\dfrac{2x-1}{1-3x}}.$ (l) $f(x) = \sqrt[6]{\dfrac{x-3}{x+2}}$

(m) $f(t) = \sqrt{t^2-1}$ (n) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x-1}}$ (o) Descanse.

(13) Dada a função $f(x) = 5x - 6$, determine $f(0)$, $f(-3/5)$, $f(\sqrt{2})$, $f(3x-4)$.

(14) Seja $f(3x-4) = 2x + 7$. Determine $f(0), f(-16), f(x), f(5x+1)$.

(15) Determinar o ponto (x, y) em que o gráfico da função $f(x) = \frac{2x}{9} + \frac{3}{7}$ intersecta o eixo das abscissas.

(16) Determine p para que a função $f(x) = (7p-5)x - 2p$ seja crescente.

(17) Construa os gráficos das seguintes funções

(a) $f(x) = \begin{cases} -x-1, & \text{se } x \leq -2; \\ 1, & \text{se } -2 < x \leq 0 \\ x+1, & \text{se } x > 0. \end{cases}$ (b) $f(x) = |2x^2 + 3x - 2| + 3x + 2$

(c) $f(x) = |4x+4| - |3x-4|$ (d) $f(x) = ||x^2-4| - 6|$

(e) $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x + 8, & x \in (-2, 4); \\ x^2 - 2x - 8, & x \notin (-2, 4). \end{cases}$

R: 1.$2y - x - 1 = 0$ 3.s, n 4$a.d, c$ 6.$nsnsns$ 11. $\mathbb{R}$, $\mathbb{R} - \{7/2\}$, $[2,4) \cup (4, +\infty)$, $\mathbb{R} - \{\pm 3\}$, $\mathbb{R}$, $[2, +\infty)$, $[2,3) \cup (3, +\infty)$, $\mathbb{R}$ 12.$\mathbb{R} - \{1\}$, $\{x \in \mathbb{R}/x \neq 1 \text{ e } x \neq -1\}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{R} - \{-2\}$, $[-2, +\infty)$, $\mathbb{R}_*^+$, $(-\infty, -1) \cup [1, +\infty)$, $(-\infty, -3) \cup [0, +\infty)$, $\mathbb{R}$, $[0, 2/3]$, $]1/3, 1/2]$, $(-\infty, -2) \cup [3, +\infty)$, $\{t \in \mathbb{R}/t \leq -1 \text{ ou } t \geq 1\}$, $\{x \in \mathbb{R}/x \geq 0 \text{ e } x \neq 1\}$, n, 13.$f(0) = -6$, 14.$f(0) = 29/3$, 15.$(-27/14, 0)$, 16. $p > 5/7$

Bom Estudo!