

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO**  
**INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

5a. Lista de Matemática Aplicada à Engenharia de Controle e Automação - MTM146  
 Prof. Júlio César do Espírito Santo

06 de abril de 2018

(1) Determine os números complexos  $z$  tais que  $z^3 = \bar{z}$ .

Resp.  $0, \pm 1, \pm j$

(2) Se  $z = (1 + j\sqrt{3})/2$ , calcule

(a)  $z^6$                       (b)  $1 + z + z^2 + z^3 + \dots + z^{47}$ .

Resp. 1; 0

(3) Encontre o conjunto solução das equações para  $s \in \mathbb{C}$ .

(a)  $s^3 = j$     (b)  $s^4 + 16 = 0$

(c)  $s + s^2 + s^3 + s^4 + s^5 = 0$                       (d)  $s^6 + 7s^3 - 8 = 0$

Resp.  $z = (\pm\sqrt{3} + j)/2, -j; \pm\sqrt{2} \pm \sqrt{2}j; 0, -1, (\pm 1 \pm \sqrt{3}j)/2; 1, (-1 \pm \sqrt{3}j)/2, -2, 1 \pm \sqrt{3}j;$

(4) Considere os conjuntos

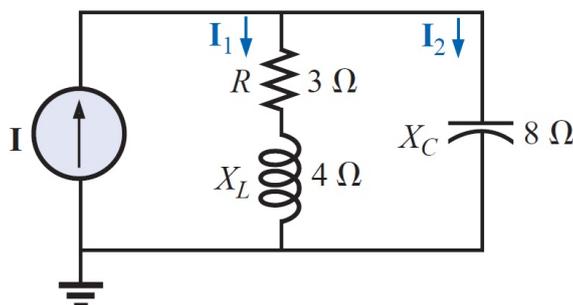
$$A = \{z \in \mathbb{C} | \operatorname{Re}(z) = \operatorname{Im}(z)\} \quad \text{e} \quad B = \{z \in \mathbb{C} | \operatorname{Im}(z) \geq 0 \text{ e } |z| = 1\}.$$

Determine as imagens de  $A$  e  $B$  pelas funções a seguir.

(a)  $f(z) = \bar{z}$                       (b)  $f(z) = z + 2 + j$                       (c)  $f(z) = 2z$

(d)  $f(z) = jz$                       (e)  $f(z) = (1 + j)z$                       (f)  $f(z) = z^2$

(5) Seja o sistema abaixo representado. O símbolo à esquerda representa uma fonte de corrente alternada de  $\mathbf{I} = 50A \angle 30^\circ$ .



Considere a expressão

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{Z}_2 \mathbf{I}}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1},$$

conhecida como *Regra de Divisor de Corrente*, onde  $\mathbf{Z}_1 = R + jX_L$  e  $\mathbf{Z}_2 = -jX_C$ .

Usando a expressão acima, calcule a corrente  $\mathbf{I}_1$ . Agora, use  $\mathbf{I}_2 = \mathbf{Z}_1 \mathbf{I} / (\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1)$  para calcular  $\mathbf{I}_2$ . Em seguida, verifique que os resultados obtidos estão de acordo com a Lei de Kirchhoff dos nós, isto é  $\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2$ . (Se preciso, use uma calculadora para resolver este exercício.)

Resp.  $80 \angle -6,87^\circ; 50A \angle 136,26^\circ$

Bons estudos!