UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

5a. Lista de Matemática Aplicada à Engenharia de Controle e Automação - MTM146
Prof. Júlio César do Espírito Santo

03 de abril de 2019

(1) Esboce no plano complexo o conjunto de pontos $s = \sigma + j\omega$ que satisfazem as expressões (a) $\sigma < 0$, (b) $\sigma > 0$ e (c) $-2 \leq \omega \leq 2$.

(2) Encontre o conjunto solução das equações para $s \in \mathbb{C}$.

(a) $s^3 = j$ (b) $s^4 + 16 = 0$ (c) $1 + s + s^2 + s^3 + s^4 + s^5 = 0$

(d) $s^6 + 7s^3 - 8 = 0$ (e) $s^3 = \overline{s}$

Resp. $z = (\pm\sqrt{3} + j)/2, -j; \pm\sqrt{2} \pm \sqrt{2}j; -1, (\pm 1 \pm \sqrt{3}j)/2; 1, (-1 \pm \sqrt{3}j)/2, -2, 1 \pm \sqrt{3}j; 0, \pm 1, \pm j.$

(3) Se $z = (1 + j\sqrt{3})/2$, calcule

(a) z^6 (b) $1 + z + z^2 + z^3 + \cdots + z^{47}$. Resp. $1; 0$

(4) Esboce no plano complexo o conjunto de pontos $s \in \mathbb{C}$ que satisfaçam a cada uma das expressões abaixo.

(a) $|s - 2 + j| \leq 1$ (b) $|2s + 3| > 4$

(c) $\text{Im}(s) > 1$ (d) $|\text{Im}(s)| > 1$

(e) $|s| > 0,\ 0 \leq \arg(s) \leq \pi/4$ (f) $|s - 4| \geq |s|$

(g) $\text{Re}(s^2) > 0$, (h) $1/2 \leq |s - 1 - j| \leq 1$,

(i) $0 < |s - s_0| < \delta$, onde $s_0 \in \mathbb{C}$ está fixo e $\delta > 0$.

(5) (R) Em um circuito puramente resistivo, a tensão $V(t)$ sobre o resistor é indicada abaixo. Sabendo que

$$V(t) = R \cdot I(t),$$

encontre a expressão senoidal para a corrente $I(t)$ sobre o resistor R, se a resistência R é de 10Ω. Esboce o diagrama de corrente e tensão no domínio do tempo e explique a relação de fase entre a tensão e a corrente sobre o resistor. (a) $V(t) = 100\,\text{sen}(377t)$ (b) $V(t) = 25\,\text{sen}(377t{+}60°)$

(L) Em um circuito puramente indutivo, a corrente $I(t)$ sobre o indutor cuja indutância L é $0,1$ Henry é indicada abaixo. Sabendo que

$$V(t) = L\frac{dI(t)}{dt},$$

encontre a expressão senoidal para a tensão $V(t)$ sobre o indutor. Esboce o diagrama de corrente e tensão no domínio do tempo e explique a relação de fase entre a tensão e a corrente no indutor. (c) $I(t) = 10\,\text{sen}(377t)$ (d) $I(t) = 7\,\text{sen}(377t - 70°)$

(C) Em um circuito puramente capacitivo, a corrente $I(t)$ sobre o capacitor de $100\mu F$ é dada abaixo. Sabendo que

$$I(t) = C\frac{dV(t)}{dt},$$

encontre a expressão senoidal para a tensão sobre o capacitor. Esboce o diagrama de corrente e tensão no domínio do tempo. Explique a relação de fase entre a tensão e a corrente no capacitor. (e) $I(t) = 40\,\text{sen}(500t + 60°)$

Resp. $a.10\,\text{sen}(377t)$ $b.2,5\,\text{sen}(377t + 60°)$, $c.377\,\text{sen}(377t + 90°)$, $d.263,9\,\text{sen}(377t + 20°)$, $e.800\,\text{sen}(500t - 30°)$

(6) No contexto da análise de circuitos em corrente alternada, quando é preciso operar com quantidades senoidais em determinada frequência como

$$I(t) = i_m \operatorname{sen}(\omega t + \theta),$$

comumente usamos a álgebra dos números complexos e a notação

$$\mathbf{I}(t) = i_{rms}\angle + \theta,$$

onde $i_{rms} = i_m/\sqrt{2}$. Este raio vetor, tendo uma magnitude (ou módulo) i_{rms} constante com a extremidade inicial fixada a origem é chamado *Fasor* quando aplicado a circuitos elétricos.

Converta as expressões abaixo do domínio do tempo para o domínio dos fasores.

(a) $50\sqrt{2}\operatorname{sen}(\omega t)$, (b) $69,6\operatorname{sen}(\omega t + 72°)$, (c) $45\cos(\omega t)$.

Resp. $\mathbf{50\angle 0°}$; $\mathbf{49,21\angle 72°}$;$\mathbf{31,82\angle 90°}$.

(7) Converta as respostas do exercício (5) desta lista para o domínio dos fasores. Em cada caso, represente a corrente e a tensão em um diagrama fasorial e informe a velocidade angular ω e frequência f, em Hertz.

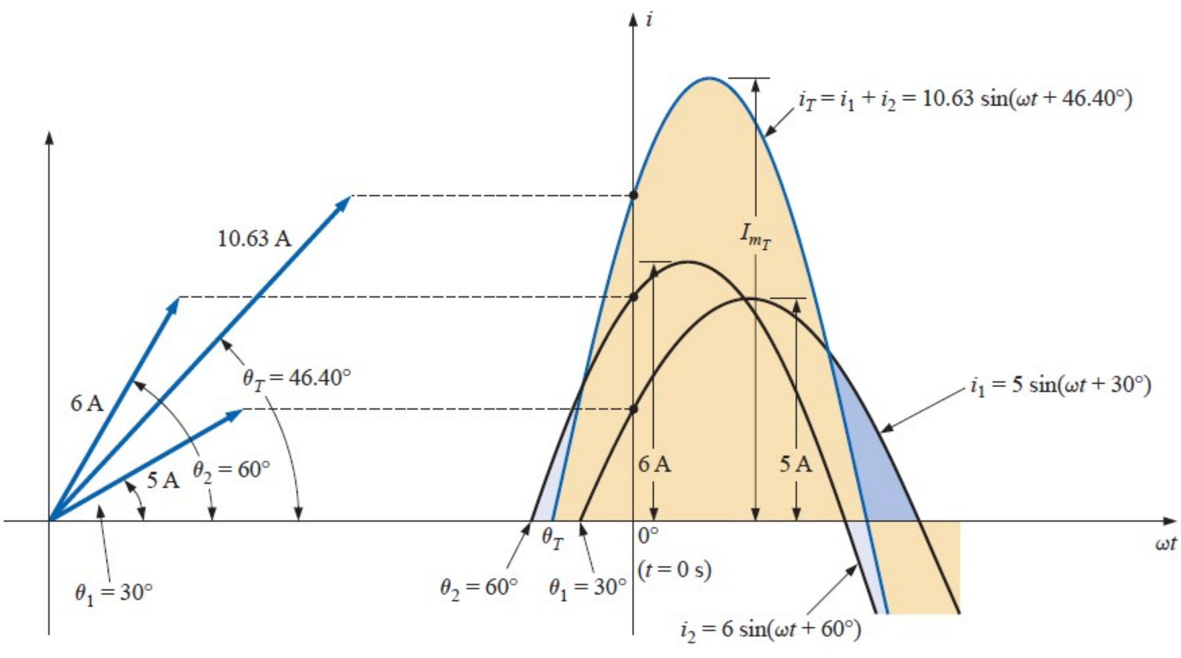
Resp. $a.\mathbf{7,071\angle 0°}; 60Hz$; $b.\mathbf{1,768\angle 60°}; 60Hz$; $c.\mathbf{266,6\angle 90°}; 60Hz$; $d.\mathbf{186,6\angle 20°}; 60Hz$; $e.\mathbf{565,7\angle -30°}; 79,57Hz$;

(8) Converta as expressões abaixo do domínio dos fasores para o domínio do tempo (Considere a frequência $f = 60\text{Hz}$ e $\omega = 2\pi f$).

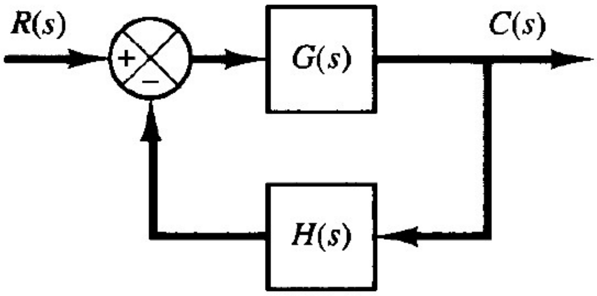
(a) $\mathbf{10\angle 30°}$, (b) $\mathbf{115\angle -70°}$.

Resp. $14,14\operatorname{sen}(377t + 30°)$; $162,6\operatorname{sen}(377t - 70°)$.

(9) Usar a notação fasorial para calcular $i_T = i_1 + i_2$, onde $i_1 = 5\operatorname{sen}(\omega t + 30°)$ e $i_2 = 6\operatorname{sen}(\omega t + 60°)$. Veja a figura.



(10) Considere o sistema de controle abaixo, cuja função de transferência de malha fechada é



$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}.$$

Em grande parte dos casos, o produto $G(s)H(s)$ é escrito como uma função racional que envolve um parâmetro de ganho K, isto é,

$$G(s)H(s) = \frac{K(s+z_1)(s+z_2)\cdots(s+z_m)}{(s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_n)},$$

onde $0 \leq K \leq \infty$.

Em cada caso abaixo, use uma cruzinha $\times$ para representar os pontos $-p_i$, e uma bolinha $\circ$ para representar os pontos $-z_i$ no plano complexo. O lugar destas raízes fornece importantes informações sobre o comportamento geral do sistema.

(a) $G(s)H(s) = \dfrac{K}{s(s+1)(s+2)}$,

(b) $G(s)H(s) = \dfrac{K(s+2)}{s^2+2s+3}$,

(c) $G(s)H(s) = \dfrac{K(s-3)(s+2)}{(s+1)(s+1+3j)(s+1-3j)}$,

(d) $G(s)H(s) = \dfrac{K(s-2)}{(s^2+2s+5)(s+1)}$.

Bons estudos!