

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO**  
**INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

Sexta Lista de Exercícios de Cálculo Diferencial e Integral I - MTM122

Prof. Júlio César do Espírito Santo

10 de Fevereiro de 2017

(1) Encontre todas as raízes racionais do polinômio  $p(x) = x^5 + 6x^4 + 7x^3 - 18x^2 - 44x - 24$ .

(2) Se  $n \in \mathbb{N}$  e  $x \neq y$ , simplifique  $\frac{x^n - y^n}{x - y}$ .

(3) Faça o gráfico das seguintes funções:

$$(a) f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}, \quad (b) h(x) = \frac{1}{x}, \quad (c) z(x) = \frac{1}{x + 1},$$

$$(d) g(x) = \frac{1}{x} + 1, \quad (e) y(x) = \frac{1}{x - 1} \quad (f) s(t) = \frac{1}{t + 2} - 3.$$

(4) Para as funções do exercício anterior, calcule  $f \circ g, g \circ f, y \circ z$ .

(5) Encontre as inversas das funções  $y = 2x + 3$ ,  $y = x^2$ ,  $y = \operatorname{sen}(x)$  e  $y = \operatorname{sec}(x)$ . Determine o domínio e a imagem de cada função e de suas inversas. Trace o gráfico das funções e de suas inversas. (Funções e inversas no mesmo desenho.)

(6) Encontre os limites (onde  $[x]$  representa a função maior inteiro menor ou igual a  $x$ ).

$$(a) \lim_{x \rightarrow 3^+} ([x] - x^2) \qquad (b) \lim_{x \rightarrow 3^-} ([x] - x^2)$$

[R. 6]

(7) Mostre que a função  $f(x) = \frac{4 + \sin(x)}{x^2 + 2x + 5}$  é contínua em 0.

(8) Resolva:

$$(a) \text{ Se } f(x) = \frac{3x + |x|}{7x - 5|x|}, \text{ calcule } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ e } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x).$$

$$(b) \text{ Se } f(x) = \frac{1}{(x + 2)^2}, \text{ calcule } \lim_{x \rightarrow -2} f(x) \text{ e } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$

[R. 2; 1/6; +∞; 0]



(14) Seja  $Df(x)$  dada pelo limite

$$Df(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$

Para cada função à esquerda da tabela abaixo, calcule  $Df(x)$  e complete a tabela à direita.

$f(x)$	$Df(x)$
$c$	
$x^{-1}$	
$x^{1/2}$	
$x$	
$x^2$	$2x$
$x^3$	
$3x^4$	
$ax^n$	
$\text{sen}(x)$	$\text{cos}(x)$
$\text{cos}(x)$	
$\text{tg}(x)$	
$\text{sec}(x)$	
$\text{cossec}(x)$	
$\text{cotg}(x)$	
$e^x$	
$\ln(x)$	
$\text{senh}(x)$	
$\text{cosh}(x)$	
$\text{sen}^2(x)$	$2\text{sen}(x)\text{cos}(x)$
$\text{cos}^2(x)$	
$a^x$	
$\log_a(x)$	

(15) Esboce o gráfico de uma função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  para a qual  $|f(x)| \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}; f(x+2) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}; 0 = f(n), n = 1, 2, 3, 4, \dots; f(\frac{2n-1}{2}) = (-1)^{n+1}, n = 1, 2, 3, 4, \dots; f(x) \geq 0$  se  $x \in [n-1, n], n = 1, 2, 3, 4, \dots;$  e a função  $f$  é crescente no intervalo fechados  $[0, 1/2]$  e  $[3/2, 2]$ .

Bom Estudo!