

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

6a. Lista de Matemática Aplicada à Engenharia de Controle e Automação - MTM146
 Prof. Júlio César do Espírito Santo

04 de setembro de 2018

(1) Seja $z = x + jy$. Encontre a imagem da curva $Re(z) = 1$ que está no plano- xy pela função $f(z) = z^2$ no plano- uv .
 Resp. Parábola, passando por $u = 1$ e $v = \pm 1$

(2) Mostre que $f(z) = |z|^2$ é contínua no plano complexo inteiro.

(3) Calcule o valor dos três primeiros limites abaixo e mostre que o último não existe.

(a) $\lim_{z \rightarrow j} 4z^3 - 5z^2 + 4z + 1 - 5j$ (b) $\lim_{s \rightarrow j} \frac{s^4 - 1}{s - j}$ (c) $\lim_{z \rightarrow 1+j} \frac{z^2 - 2z + 2}{z^2 - 2i}$ (d) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{z}{\bar{z}}$

(4) Seja $G(s)$, em que $s = \sigma + j\omega$, a função de transferência de um determinado sistema. Calcule a imagem do eixo imaginário inteiro; isto é, calcule $G(j\omega) = X + jY$, identificando as partes real X e imaginária Y . Considere T, L, ω_n e ζ constantes reais.

(a) $G(s) = \frac{1}{1 + sT}$ (b) $G(s) = \frac{1}{Ts}$ (c) $G(s) = \frac{1}{s(Ts + 1)}$

(d) $G(s) = \frac{1}{1 + 2\zeta \left(\frac{s}{\omega_n}\right) + \left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2}$ (e) $G(s) = e^{-sT}$ (f) $G(s) = \frac{e^{-sL}}{s(Ts + 1)}$

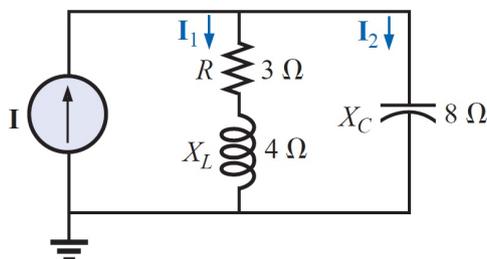
(5) Considere os conjuntos

$$A = \{z \in \mathbb{C} | Re(z) = Im(z)\} \quad \text{e} \quad B = \{z \in \mathbb{C} | Im(z) \geq 0 \text{ e } |z| = 1\}.$$

Determine as imagens de A e B pelas funções a seguir.

(a) $f(z) = \bar{z}$ (b) $f(z) = z + 2 + j$ (c) $f(z) = 2z$
 (d) $f(z) = jz$ (e) $f(z) = (1 + j)z$ (f) $f(z) = z^2$

(6) Seja o sistema abaixo representado. O símbolo à esquerda representa uma fonte de corrente alternada de $\mathbf{I} = 50A \angle 30^\circ$.



Considere a expressão

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{Z}_2 \mathbf{I}}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1},$$

conhecida como *Regra de Divisor de Corrente*, onde $\mathbf{Z}_1 = R + jX_L$ e $\mathbf{Z}_2 = -jX_C$.

Usando a expressão acima, calcule a corrente \mathbf{I}_1 . Agora, use $\mathbf{I}_2 = \mathbf{Z}_1 \mathbf{I} / (\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1)$ para calcular \mathbf{I}_2 . Em seguida, verifique que os resultados obtidos estão de acordo com a Lei de Kirchhoff dos nós, isto é $\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2$. (Se preciso, use uma calculadora para resolver este exercício.)

Resp. $80 \angle -6,87^\circ$; $50A \angle 136,26^\circ$

Bons estudos!