UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

6a. Lista de Matemática Aplicada à Engenharia de Controle e Automação - MTM146
Prof. Júlio César do Espírito Santo

12 de abril de 2018

(1) Seja $z = x + jy$. Encontre a imagem da curva $Re(z) = 1$ que está no plano-xy pela função $f(z) = z^2$ no plano-uv.

`Resp. Parábola, passando por` $u = 1$ `e` $v = \pm 2$

(2) Calcule o valor dos limites abaixo e mostre que o último não existe.

(a) $\lim\limits_{z\to j} 3z^3 - 2z^2 + 6j$ (b) $\lim\limits_{s\to j} \dfrac{s^4-1}{s-j}$ (c) $\lim\limits_{s\to j} \dfrac{s^2+1}{s^4-1}$ (d) $\lim\limits_{z\to 1+j} \dfrac{z^2-2z+2}{z^2-2j}$ (e) $\lim\limits_{z\to j} Re(z)$ (f) $\lim\limits_{z\to 0} \dfrac{z}{\overline{z}}$

(3) Seja $G(s)$, em que $s = \sigma + j\omega$, a função de transferência de um determinado sistema. Calcule a imagem do eixo imaginário inteiro; isto é, calcule $G(j\omega) = X(\omega) + jY(\omega)$, identificando as partes real $X(\omega)$ e imaginária $Y(\omega)$. Considere T, L, ω_n e ζ constantes reais.

(a) $G(s) = \dfrac{1}{1+sT}$ (b) $G(s) = \dfrac{1}{Ts}$ (c) $G(s) = \dfrac{1}{s(Ts+1)}$

(d) $G(s) = \dfrac{1}{1 + 2\zeta\left(\dfrac{s}{\omega_n}\right) + \left(\dfrac{s}{\omega_n}\right)^2}$ (e) $G(s) = e^{-sT}$ (f) $G(s) = \dfrac{e^{-sL}}{s(Ts+1)}$

(4) Considere os conjuntos

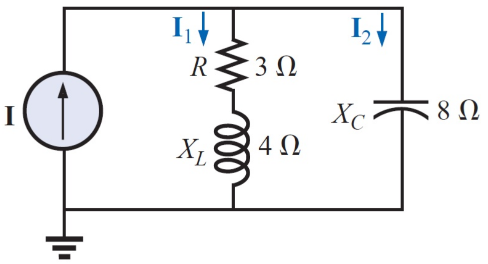
$$A = \{z \in \mathbb{C} | Re(z) = Im(z)\} \quad \text{e} \quad B = \{z \in \mathbb{C} | Im(z) \geq 0 \text{ e } |z| = 1\}.$$

Determine as imagens de A e B pelas funções a seguir.

(a) $f(z) = \overline{z}$ (b) $f(z) = z + 2 + j$ (c) $f(z) = 2z$

(d) $f(z) = jz$ (e) $f(z) = (1+j)z$ (f) $f(z) = z^2$

(5) Seja o sistema abaixo representado. O símbolo à esquerda representa uma fonte de corrente alternada de $\mathbf{I} = 50A\angle 30°$.



Considere a expressão

$$\mathbf{I_1} = \frac{\mathbf{Z_2 I}}{\mathbf{Z_2} + \mathbf{Z_1}},$$

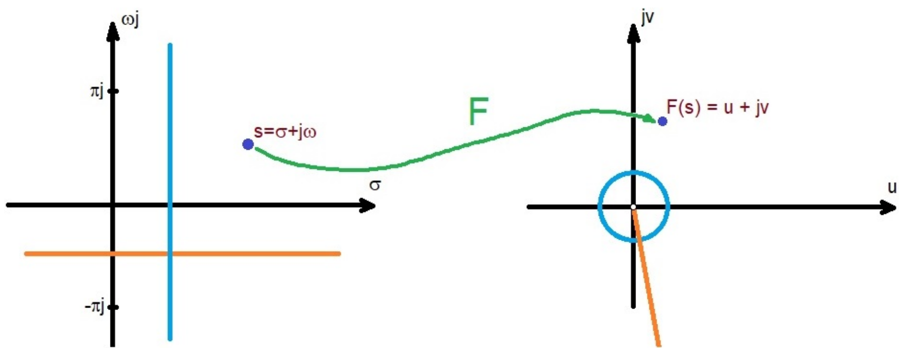
conhecida como *Regra de Divisor de Corrente*, onde $\mathbf{Z_1} = R + jX_L$ e $\mathbf{Z_2} = -jX_C$.

Usando a expressão acima, calcule a corrente $\mathbf{I_1}$. Agora, use $\mathbf{I_2} = \mathbf{Z_1 I}/(\mathbf{Z_2} + \mathbf{Z_1})$ para calcular $\mathbf{I_2}$. Em seguida, verifique que os resultados obtidos estão de acordo com a Lei de Kirchhoff dos nós, isto é $\mathbf{I} = \mathbf{I_1} + \mathbf{I_2}$. (Se preciso, use uma calculadora para resolver este exercício.)

Resp. $80\angle -6,87°; 50A\angle 136,26°$

(6) Seja $s = \sigma + j\omega$ e considere $F(s) = u + jv$ a **função exponencial complexa**, dada por

$$F(s) = \exp(s) = e^s.$$



Complete com (V)erdadeiro ou (F)also.

01.(   ) Podemos afirmar que $\exp(s) = e^{\sigma}(\cos(\omega) + j\,\mathrm{sen}(\omega))$.

02.(   ) Podemos afirmar que $|\exp(s)| = e^{\sigma}$.

03.(   ) $\arg(\exp(s)) = \omega$

04.(   ) $\arg(\exp(s)) = \sigma$

05.(   ) $\mathrm{Re}(\exp(s)) = e^{\sigma}\cos(\omega)$ e $\mathrm{Im}(\exp(s)) = e^{\sigma}\cos(\omega)$.

06.(   ) $\mathrm{Re}(\exp(s)) = e^{\sigma}\cos(\omega)$ e $\mathrm{Im}(\exp(s)) = e^{\sigma}\,\mathrm{sen}(\omega)$.

07.(   ) Se $s_1, s_2 \in \mathbb{C}$, a função exponencial complexa satisfaz $e^{s_1+s_2} = e^{s_1}e^{s_2}$.

08.(   ) A função exponencial complexa é $2\pi j$-periódica, pois $e^{s+2\pi j} = e^s$.

09.(   ) A função exponencial complexa é 2π-periódica, pois $e^{s+2\pi} = e^s$.

10.(   ) A função exponencial complexa não é periódica.

11.(   ) A função exponencial complexa nunca é zero, isto é, $\exp(s) \neq 0$, para todo $s \in \mathbb{C}$.

12.(   ) A função exponencial complexa leva retas paralelas ao eixo real do plano-s, em semi-retas que partem da origem no plano-uv.

13.(   ) A função exponencial complexa leva retas paralelas ao eixo imaginário do plano-s, em circulos com centro na origem do plano-uv.

14.(   ) $\exp(j\omega)$ é um círculo com centro na origem do plano-uv e raio 1.

15.(   ) $\exp(\sigma)$ é o semi-eixo real $u > 0$ e $v = 0$, no plano-uv

Bons estudos!