UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Oitava Lista de Exercícios de Cálculo Diferencial e Integral I - MTM122

Prof. Júlio César do Espírito Santo

06 de Março de 2017

(1) Estude o sinal das seguintes funções. Determine também os intervalos de crescimento e decrescimento das mesmas. Use outras técnicas que você preferir, se preciso, e trace os gráficos.

(a) $y = x(x-1)$ (b) $y = (x-1)(x+2)$ (c) $y = x^4 - x^2$

(d) $y = x^2(x-1)$ (e) $y = (2x+1)^8(x+1)$ (f) $y = 1 - x - 2x^2$

(2) Calcule os limites a seguir.

(a) $\lim\limits_{x \to \frac{1}{3}} \dfrac{x\sqrt{\frac{1}{x}} - 3\sqrt{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{x}} - \frac{3}{x}\sqrt{x}}$ (b) $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{(2+h)^{-1} - 2^{-1}}{h}$ (c) $\lim\limits_{u \to 0} \dfrac{320u}{1024 - (4-u)^5}$

(d) $\lim\limits_{t \to 0} \dfrac{t^2 + \text{sen}^2 t}{t}$ (e) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cos(x) - 1}{x}$ (f) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{(x-1)^2 - 1}{x-2}$

(g) $\lim\limits_{t \to 0} \dfrac{(4-t)^2 - 16}{t}$ (h) $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\sqrt[3]{8+h} - 2}{h}$ (i) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$

[R. $1/4; -1/4; 1/4; 0; 0; 2; -8; 1/12; 1$]

(3) Desenhe o gráfico das funções abaixo. Calcule e destaque os pontos críticos e pontos extremos da função, se houver. Identifique, se houver, os pontos de máximo local, mínimo local, pontos de inflexão.

(a) $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$. (b) $f(x) = 1 - \dfrac{1}{x+2}$.

(c) $f(x) = sen(2x)$ (d) $f(x) = \dfrac{1}{2}\text{arcsen}(x)$

(4) Calcule $f \circ f(x)$ para as funções (a) $f(x) = \dfrac{1+x}{1-x}$ e (b) $f(x) = \dfrac{x+2}{2x-1}$.

[R. $-1/x; x$]

(5) Obter as constantes de modo que as frações à esquerda sejam iguais às frações parciais à direita. Nos quatro últimos, escreva a forma das frações parciais e obtenha as constantes. (Este exercício é muito importante!)

(a) $\dfrac{1}{(x-2)(x-3)} = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x-3}$; A, B constantes. (e) $\dfrac{1}{x^2-1} =?$

(b) $\dfrac{x+1}{(x-1)^2(x-2)} = \dfrac{A}{x-1} + \dfrac{B}{(x-1)^2} + \dfrac{C}{x-2}$; A, B, C constantes. (f) $\dfrac{x}{(x+1)(x+2)(x+3)} =?$

(c) $\dfrac{2x+5}{x(x^2+1)^2} = \dfrac{Ax+B}{x^2+1} + \dfrac{Cx+D}{(x^2+1)^2} + \dfrac{E}{x}$; A, B, C, D, E constantes. (g) $\dfrac{1}{x^4-1} =?$

(d) $\dfrac{x^3+3x-1}{x^2(x^2-4)} = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2} + \dfrac{C}{x} + \dfrac{D}{x^2}$; A, B, C, D constantes. (h) $\dfrac{x-2}{x^3-3x^2-x+3} =?$

[**Dica:** Reduza as frações parciais a um denominador comum, compare os numeradores resultantes, monte e resolva um sistema.
R. $a. -1, 1$; $b. -3; -2; 3$; $c. -5, 0, -5, 2, 5$; $d. 13/16, 15/16, -3/4, 1/4$; $e. 1/2, -1/2$; $f. -1/2, 2, -3/2$; $g. -1/2, -1/4, 1/4$; $h. 1/4, -3/8, 1/8$]

(6) Prove que se f é diferenciável em x_0, então f é contínua nesse ponto.

(7) O gráfico abaixo representa a posição de um carro, contada a partir do marco zero da estrada, em função do tempo.

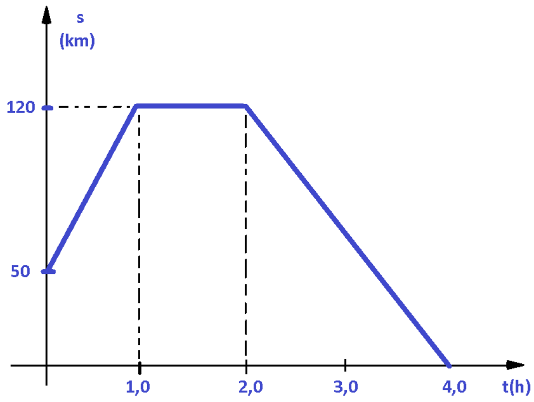

FIGURA 1.

Determine
- (a) a posição do carro no início da viagem
- (b) a posição do carro no instante $t = 1$h
- (c) a velocidade desenvolvida pelo carro nesta primeira hora de viagem
- (d) se o carro permaneceu parado, em que posição e durante quanto tempo isto ocorreu
- (e) a posição do carro no fim de 4h de viagem
- (f) a velocidade do carro na viagem de volta
- (g) a distancia total percorrida pelo carro

(8) Sejam dois corpos A e B deslocando-se em uma trajetória retilinea cuja equações de movimento são $s_A(t) = 2t - 3$ e $s_B(t) = t + 2$, s em metros e t em segundos.
- (a) Construa os gráficos de $s_A(t)$ e $s_B(t)$
- (b) determine o instante em que os dois corpos colidem (se houver colisão)
- (c) determine a distância que estão um do outro inicialmente
- (d) determine a aceleração.

(9) Um engenheiro está analisando o projeto de um aeroporto. Sabe-se que de todas as aeronaves que irão utilizar a pista deste aeroporto, a que tem o motor menos potente pode fornecer uma aceleração de $3m/s^2$. Sabendo-se que a velocidade de decolagem para esta aeronave é de $65m/s$ e assumindo esta aceleração mínima, ajude o engenheiro calculando e informando-o comprimento mínimo para a pista.

[R. 704m]

(10) Uma partícula é largada do alto de uma torre, e cai verticalmente. Num instante t em segundos) após a largada, a altura da partícula (distância até o chão) é dada pela função

$$h(t) = 19,6 - 4,9t^2,$$

em metros. Determine:
- (a) a altura da torre
- (b) o valor de t quando a partícula bater no solo
- (c) a variação Δh da altura entre os instantes 1s e 2s
- (d) a velocidade quando a partícula atinge o solo
- (e) o tempo total de queda
- (f) a velocidade quando a partícula está na metade do percurso
- (g) a velocidade quando a partícula está na metade do tempo de queda
- (h) a aceleração.

Bom Estudo!