UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Oitava Lista de Exercícios de Cálculo Diferencial e Integral III - MTM124

Prof. Júlio César do Espírito Santo

29 de Fevereiro de 2016

(1) Diga porque podemos calcular a área de uma região do plano R cuja fronteira é dada pela curva γ utilizando a integral $(1/2)\int_\gamma xdy - ydx$.

(2) Use o Teorema de Green para calcular as seguintes integrais de linha.

(a) $\oint_C (x^2+y)dx + xy^2 dy$ onde C é a curva fechada dada por $y = x^2$ e $y = -x$ que passa por $(0,0)$ a $(-1,1)$.

(b) $\oint_C (x+y)dx+(y+x^2)dy$ onde C é a fronteira da região entre $x^2+y^2 = 1$ e $x^2+y^2 = 4$.

(3) Use a integral de linha $(1/2)\int_\gamma xdy - ydx$ para calcular a área da região interior a curva γ dada por $x(t) = a\cos^3 t, y(t) = a\text{sen}^3 t; 0 \leq t \leq 2\pi$.

(4) Calcule a área do parabolóide de equação $z = x^2+y^2$ no interior da esfera $x^2+y^2+z^2 = 6$. [Dica: Coord. Cilíndricas.]

(5) Calcule a área da superfície esférica de equação $x^2+y^2+z^2 = a^2$. [Dica: Coord. Esfericas.]

(6) Calcule a integral $\iint_S f(x,y,z)dS$ onde f e S são dadas abaixo.

(a) $f(x,y,z) = x^2$ e S é o hemisfério superior da esfera $x^2+y^2+z^2 = a^2$.

(b) $f(x,y,z) = x+y$ é a parte de plano $2x+3y+z = 6$ que está no primeiro octante.

(7) Calcule a integral $\iint_S \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}\, dS$ onde $\mathbf{F}$ e S são dadas abaixo.

(a) $\mathbf{F}(x,y,z) = x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k}$ e S é o hemisfério superior da esfera $x^2+y^2+z^2 = a^2$.

(b) $\mathbf{F}(x,y,z) = 2\mathbf{i}+5\mathbf{j}+3\mathbf{k}$ e S é a parte do cone $z = \sqrt{(x^2+y^2)}$ que está dentro do cilindro $x^2+y^2 = 1$.

R. 2.$-31\sqrt{14}/2$; -3π; 3.$3\pi a^2/8$; 4.$13\pi/3$; 5.$4\pi a^2$; 6.$2\pi a^4/3$;$5\sqrt{14}$;7.$2\pi a^3$;3π

Bom Estudo!