

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Oitava Lista de Exercícios de Cálculo Diferencial e Integral III/C - MTM124/703
Prof. Júlio César do Espírito Santo

13 de Junho de 2018

- (1) Diga porque podemos calcular a área de uma região do plano R cuja fronteira é dada pela curva γ utilizando a integral $(1/2) \int_{\gamma} xdy - ydx$.
- (2) Use o Teorema de Green para calcular as seguintes integrais de linha.

(a) $\oint_C (x^2 + y)dx + xy^2dy$ onde C é a curva fechada dada por $y = x^2$ e $y = -x$ que passa por $(0, 0)$ a $(-1, 1)$.

(b) $\oint_C (x+y)dx + (y+x^2)dy$ onde C é a fronteira da região entre $x^2 + y^2 = 1$ e $x^2 + y^2 = 4$.

- (3) Use a integral de linha $(1/2) \int_{\gamma} xdy - ydx$ para calcular a área da região interior a curva γ dada por $x(t) = a \cos^3 t, y(t) = a \sin^3 t; 0 \leq t \leq 2\pi$.

- (4) Calcule a área do parabolóide de equação $z = x^2 + y^2$ no interior da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 6$. [Dica: Coord. Cilíndricas.]

- (5) Calcule a área da superfície esférica de equação $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$. [Dica: Coord. Esféricas.]

- (6) Calcule a integral $\iint_S f(x, y, z)dS$ onde f e S são dadas abaixo.

(a) $f(x, y, z) = x^2$ e S é o hemisfério superior da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

(b) $f(x, y, z) = x + y$ é a parte de plano $2x + 3y + z = 6$ que está no primeiro octante.

- (7) Calcule a integral $\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$ onde \mathbf{F} e S são dadas abaixo.

(a) $\mathbf{F}(x, y, z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ e S é o hemisfério superior da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

(b) $\mathbf{F}(x, y, z) = 2\mathbf{i} + 5\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ e S é a parte do cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ que está dentro do cilindro $x^2 + y^2 = 1$.

R. $2. -11/84 - 3\pi; 3.3\pi a^2/8; 4.13\pi/3; 5.4\pi a^2; 6.2\pi a^4/3; 5\sqrt{14}; 7.2\pi a^3; 3\pi$

Bom Estudo!