

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

8a. Lista de Matemática Aplicada à Engenharia de Controle e Automação - MTM146

Prof. Júlio César do Espírito Santo

18 de abril de 2018

(1) Sabendo que as equações de Cauchy-Riemann na forma polar tornam-se

$$u_r(r_0, \theta_0) = \frac{1}{r_0} v_\theta(r_0, \theta_0)$$

e

$$v_r(r_0, \theta_0) = -\frac{1}{r_0} u_\theta(r_0, \theta_0),$$

encontre a harmônica conjugada $v(r, \theta)$ de $u(r, \theta) = \ln r$, para $r > 0$ e $0 < \theta < 2\pi$.

Resp. $v(r, \theta) = \theta$

(2) Um valor específico de z para o qual $f(z) = 0$ é chamado de um *zero* da função f dada. Encontre os zeros das funções $\cos(z)$ e $\sin(z)$.

Resp. $z = (k + 1/2)\pi; k\pi$ com $k = 0 \pm 1, \pm 2, \dots$

(3) Mostre que $\text{Ln}(-ej) = 1 - (\pi/2)j$ e $\text{Ln}(1 - j) = (1/2)\text{Ln}(2) - (\pi/4)j$.

(4) Prove que

$$\arccos(z) = -j \ln[z + j(1 - z^2)^{1/2}]$$

e

$$\arcsen(z) = -j \ln[jz + (1 - z^2)^{1/2}].$$

(5) (*Transformações*) (a) Mostre que a função $F(s) = (1+j)s + 2 - j$ transforma um retângulo de vértices $0, 1, 2j$ e $1 + 2j$ no retângulo de vértices $3, j$ e $2 - j$. Desenhe os retângulos nos planos xy e uv . Determine o quarto vértice.

(b) Mostre que a função $F(s) = 1/s$ transforma o semiplano $y > c_2$ no interior de um círculo, desde que $c_2 > 0$.

Bons estudos!