

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Nona Lista de Exercícios de Cálculo Diferencial e Integral I - MTM122

Prof. Júlio César do Espírito Santo

14 de Março de 2017 - π -Day!

(1) Prove as identidades abaixo.

$$(a) \quad \operatorname{sen}(x) = \frac{2\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2\frac{x}{2}} \quad (b) \quad \cos(x) = \frac{1 - \operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2\frac{x}{2}} \quad (c) \quad \operatorname{tg}(x) = \frac{2\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}$$

$$(d) \quad \cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2} \quad (e) \quad \operatorname{sen}^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2} \quad (f) \quad \operatorname{tg}^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{1 + \cos(2x)}$$

(2) Derive as fórmulas a seguir:

$$(a) \quad \cos 2x = \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x$$

$$(b) \quad \operatorname{sen}(x + b) = \operatorname{sen}x \cos b + \operatorname{sen}b \cos x$$

(3) Use as regras de derivação para calcular a derivada das funções $y = f(x)$ dadas abaixo

$$(a) \quad f(x) = -4x^2 \quad (b) \quad f(x) = x^{x^3} \quad (c) \quad y^3 = \arcsen(x) \quad (d) \quad x^{2/3} + y^{2/3} = 1$$

$$(e) \quad y = \frac{x^2 \sqrt[3]{3x+4}}{\sqrt{2x-1}} \quad (f) \quad y = \frac{e^{x^x}}{e^{e^x}} \quad (g) \quad x^2 + 2xy + y^2 = 1 \quad (h) \quad x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = 1$$

(4) Determinar a equação da reta tangente às seguintes curvas nos pontos indicados.

$$(a) \quad y = x^2 - 1; x = 1; x = 0; x = a, a \in \mathbb{R}$$

$$(b) \quad y = x^2 - 3x + 6; x = -1, x = 2.$$

$$(c) \quad y = x(3x - 5); x = 1/2; x = a, a \in \mathbb{R}.$$

(5) Encontrar as equações das retas tangente e normal à curva

$$y = x^2 - 2x + 1,$$

no ponto (2, 9).

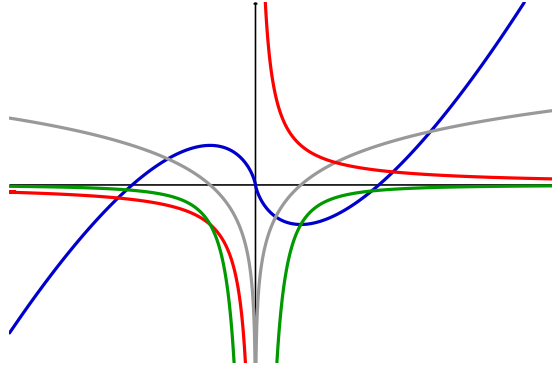
(6) Esboce o gráfico de uma função $f : I \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ para a qual:

$$(a) \quad f(0) = 0, f'(0) = 3, f'(1) = 0, \text{ e } f'(2) = -1.$$

$$(b) \quad f(0) = f'(0) = 0, f'(-1) = -1, f'(1) = 3, \text{ e } f'(2) = 1.$$

$$(c) \quad |f(x)| \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}; f(x+2) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}; 0 = f(n), n = 1, 2, 3, 4, \dots; f\left(\frac{2n-1}{2}\right) = (-1)^{n+1}, n = 1, 2, 3, 4, \dots; f(x) \geq 0 \text{ se } x \in [n-1, n], n = 1, 2, 3, 4, \dots; \text{ e a função } f'(x) > 0, \text{ para } x \text{ nos intervalos fechados } [0, 1/2] \text{ e } [3/2, 2].$$

(7) A figura mostra os gráficos de f , f' , f'' e f''' . Identifique cada curva e explique suas escolhas.



(8) Calcular as derivadas laterais onde a função não é derivável. Esboce o gráfico.

(a) $f(x) = 2|x + 3|$

(b) $f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x < 1 \\ 2x - 1, & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$

(c) $f(x) = |2x + 4| + 3$

(d) $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & \text{se } |x| > 1 \\ 0, & \text{se } |x| \leq 1. \end{cases}$

(e) $f(x) = \begin{cases} 2 - x^2, & \text{se } x < -2 \\ -2, & \text{se } |x| \leq 2 \\ 2x - 6, & \text{se } x > 2 \end{cases}$

[0:2:2 b.2:2 c.2:2 d.0:2:2 e.0:4:4:2:0]

(9) Use, se possível, a Regra de L'Hospital para calcular os limites abaixo:

(1) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{3x^2 - 5x - 2}$

(3) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{(4-t)^2 - 16}{t}$

(4) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+h} - 2}{h}$

(5) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 1}{(x-1)^2}$

(6) $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt[5]{\frac{(3-x^3)^4 - 16}{1-x^3}}$

(7) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{\sqrt[3]{x+2} - 1}$

(8) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\frac{1}{x} - 2}{x - \frac{1}{2}}$

(9) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{a}}{x - a}, a \neq 0$

(10) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{a}}{x - a}, a \neq 0.$

(11) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(1/x) - (1/5)}{x - 5}$

(12) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + \sin^2 x}{4x^2}$

(13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x + \sin(2x)}{3x}$

(14) $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t+1}{t^2+1}$

(15) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$

(16) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(4x)}{3x}$

(17) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$

(18) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$

(19) $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{x \ln x}$

(20) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln\left(1 + \frac{10}{x}\right)}{1/x}$

(21) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{10}{x}\right)^x$

(22) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x}$

(23) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1)^{(\ln x)^{-1}}$

(24) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5^x - 25}{x - 2}$

Bom Estudo!