UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Nona Lista de Exercícios de Cálculo Diferencial e Integral III - MTM124

Prof. Júlio César do Espírito Santo

4 de Julho de 2018

(1) Seja $z = x^2 + y$. Considere S a superfície formada pelo gráfico de $z = f(x, y)$ sobre o quadrado unitário no plano-xy. Seja $\mathbf{F}(x, y, z) = z\mathbf{i} + x\mathbf{k}$ Encontre o fluxo (de baixo para cima) de $\mathbf{F}$ através de S.

(2) Calcule as integrais envolvidas no Teorema de Stokes para $\mathbf{F}$ e S dados.

(a) $\mathbf{F}(x, y, z) = y^2\mathbf{i}+z^2\mathbf{j}+x^2\mathbf{k}$ e S é a parte do plano $x+y+z = 1$ que está no primeiro octante.

(b) $\mathbf{F}(x, y, z) = z\mathbf{i} + x\mathbf{j} + y\mathbf{k}$ e S é o hemisfério $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$.

(3) Use o Teorema de Stokes para calcular

(a) $\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, onde C é a curva $x = \cos t, y = \operatorname{sen} t, z = 1; 0 \leq t \leq 2\pi$ e $\mathbf{F} = (3z - \operatorname{sen} x)\mathbf{i} + (x^2 + e^y)\mathbf{j} + (y^3 - \cos z)\mathbf{k}$

(b) $\iint_S rot\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}dS$, onde S é parte do paraboloide $z = 4 - x^2 - y^2$ cortado pelo plano $z = 0$ e $\mathbf{F} = 2y\mathbf{i} + e^z\mathbf{j} - \arctan x\mathbf{k}$.

(4) Use o Teorema da Divergência para calcular o fluxo de $\mathbf{F}$ através de S.

(a) $\mathbf{F}(x, y, z) = yz\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + xy\mathbf{k}$ e S é a superfície $x^{2/3} + y^{2/3} + z^{2/3} = 1$

(b) $\mathbf{F}(x, y, z) = 3x\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$ e S é a fronteira da região limitada pelo paraboloide $z = 4 - x^2 - y^2$ e por $z = 0$.

(5) Calcule as integrais envolvidas no Teorema da Divergência para $\mathbf{F}$ e S dados.

(a) $\mathbf{F}(x, y, z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ e S é a superfície $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$

(b) $\mathbf{F}(x, y, z) = (x + z)\mathbf{i} + (y + z)\mathbf{j} + (x + y)\mathbf{k}$ e S é a fronteira da região

$$Q = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 0 \leq y^2 + z^2 \leq 1, 0 \leq x \leq 2\}.$$

(6) Calcule por meio do Teorema de Stokes o trabalho realizado pelo campo

$$\mathbf{F}(x, y, z) = yz\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + xy\mathbf{k}$$

ao longo da curva no espaço formada por quatro segmentos de reta que ligam os pontos $(1, 0, 0); (1, 0, 2); (0, 0, 2)$ e $(0, 0, 0)$, nesta ordem.

♣

R.1.-1/2; 2.-1;πa^2; 3.0;-8π; 4.0;$136\pi/3$; 6.1.