## EXAME ESPECIAL EM CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL III - MTM124

Prof. Júlio César do Espírito Santo
Universidade Federal de Ouro Preto
18 de Março de 2016

Aluno: ______________________________________________

P1: 1-4 ; P2/Ex: 5-9

(1) Esboce a região limitada pelas curvas $y^2 = -x$, $x - y = 4$, $y = -1$, $y = 2$ e encontre sua área por meio de uma integral dupla.

(2) Calcule a integral iterada abaixo. Esboce também a região $R$ sobre a qual a integral é calculada.

$$\int_0^4 \int_0^y 3\sqrt{y^2+9}\,dxdy$$

(3) Use integrais duplas para encontrar a área da região exterior à $r = 2$ e interior à $r = 4\,\mathrm{sen}\,\theta$. Esboce esta região.

(4) Use uma integral múltipla para calcular o volume de uma esfera de raio $a$.

(5) Calcule as integrais envolvidas no Teorema de Green para o campo $\mathbf{F}(x,y) = 2e^{x^2+y^2}(x\mathbf{i} + y\mathbf{j})$ e a região $R$ do plano $x^2 + y^2 \leq a^2$.

(6) Calcule o fluxo do campo $\mathbf{F}(x,y,z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ através da superfície $\Gamma$ dada por

$$\Gamma : \begin{cases} x = \mathrm{sen}(\phi)\cos(\theta) \\ y = \mathrm{sen}(\phi)\,\mathrm{sen}(\theta) \\ z = \cos(\phi), \qquad\qquad \text{para } \phi, \theta \in [0,\pi]. \end{cases}$$

(7) Calcule as integrais envolvidas no Teorema de Stokes para $\mathbf{F}(x,y,z) = z\mathbf{i} + x\mathbf{j} + y\mathbf{k}$ e e $S$ é o hemisfério $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$.

(8) Use uma integral de superfície para provar que

(a) A área da superfície esférica de raio $a$ parametrizada por

$$\Gamma(u,v) = a\,\mathrm{sen}\,u\cos v\mathbf{i} + a\,\mathrm{sen}\,u\,\mathrm{sen}\,v\mathbf{j} + a\cos u\mathbf{k}$$

onde $u \in [0,\pi]$ e $v \in [0,2\pi]$ é igual a $A = 4\pi a^2$.

(b) A área da superfície em forma de toro parametrizada por

$$\Gamma(u,v) = (a + b\cos u)\cos v\mathbf{i} + (a + b\cos u)\,\mathrm{sen}\,v\mathbf{j} + b\,\mathrm{sen}\,u\mathbf{k}$$

onde $a > b > 0$, $u \in [0,2\pi]$ e $v \in [0,2\pi]$ é igual a $A = 4\pi^2 ab$.

*Boa Prova!*