EXAME ESPECIAL EM CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL III - MTM124

Prof. Júlio César do Espírito Santo
Universidade Federal de Ouro Preto
23 de Março de 2016

Aluno: ____

P1: 1-4 ; P2/Ex: 5-8

(1) Esboce a região limitada pelas curvas $y^2 = -x$, $x - y = 4$, $y = -1$, $y = 2$ e encontre sua área por meio de uma integral dupla.

(2) Calcule a integral iterada abaixo. Esboce também a região R sobre a qual a integral é calculada.

$$\int_0^4 \int_0^y 3\sqrt{y^2 + 9}\,dx\,dy$$

(3) Use integrais duplas para encontrar a área da região exterior à $r = 2$ e interior à $r = 4\,\mathrm{sen}\,\theta$. Esboce esta região.

(4) Use uma integral múltipla para calcular o volume de uma esfera de raio a.

(5) Use o teorema da Divergência (Gauss-Ostrogadskii) para calcular o fluxo do campo $\mathbf{F}(x, y, z) = y^2z\mathbf{i} + z^2x\mathbf{j} + x^2y^2\mathbf{k}$ através da superfície S dada por $x^{2/3} + y^{2/3} + z^{2/3} = 1$.

(6) Calcule o fluxo do campo $\mathbf{F}(x, y, z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ através da superfície Γ dada por

$$\Gamma : \begin{cases} x = \mathrm{sen}(\phi)\cos(\theta) \\ y = \mathrm{sen}(\phi)\,\mathrm{sen}(\theta) \\ z = \cos(\phi), \qquad \text{para } \phi, \theta \in [0, \pi]. \end{cases}$$

(7) Calcule as integrais envolvidas no Teorema de Stokes para $\mathbf{F}(x, y, z) = z\mathbf{i} + x\mathbf{j} + y\mathbf{k}$ e e S é o hemisfério $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$.

(8) Use uma integral de superfície para provar que
(a) A área da superfície esférica de raio a parametrizada por

$$\Gamma(u, v) = a\,\mathrm{sen}\,u\cos v\mathbf{i} + a\,\mathrm{sen}\,u\,\mathrm{sen}\,v\mathbf{j} + a\cos u\mathbf{k}$$

onde $u \in [0, \pi]$ e $v \in [0, 2\pi]$ é igual a $A = 4\pi a^2$.
(b) A área da superfície em forma de toro parametrizada por

$$\Gamma(u, v) = (a + b\cos u)\cos v\mathbf{i} + (a + b\cos u)\,\mathrm{sen}\,v\mathbf{j} + b\,\mathrm{sen}\,u\mathbf{k}$$

onde $a > b > 0$, $u \in [0, 2\pi]$ e $v \in [0, 2\pi]$ é igual a $A = 4\pi^2ab$.

Boa Prova!