UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA
Centro de Ciências Exatas
Departamento de Matemática

Gabarito da 2^a Lista - MAT 137 - Introdução à Álgebra Linear 2013/I

1. (a) $\begin{bmatrix} 2 & 8 & 0 \\ 2 & 2 & -3 \\ 1 & 2 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ 3 \\ 12 \end{bmatrix}$; (b) $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 & 1 \\ 4 & 5 & 3 & 3 \\ -2 & -6 & 7 & 7 \\ 8 & 9 & 5 & 21 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ -16 \\ -66 \end{bmatrix}$.

2. (a) $S = \{(0, -2, 3)\}$
   (b) $\det A = 0$, logo não é possível utilizar o método da matriz inversa para resolver o sistema. Mas utilizando outro método, percebemos que o sistema é impossível, ou seja, não admite solução.

3. (a) $S = \{(2,\ -1)\}$.
   (b) $S = \{(3,\ -1,\ 2)\}$.

4. (a) (i) $k \neq -3$ e $k \neq 2$ $\quad (ii)$ $k = 2$; $\quad (iii)$ $k = -3$.
   (b) (i) $k \neq 1$ e $k \neq -2$; $\quad (ii)$ $k = 1$; $\quad (iii)$ $k = -2$.
   (c) (i) para nenhum $k \in \mathbb{R}$; $\quad (ii)$ $k \neq 4$; $\quad (iii)$ $k = 4$.
   (d) (i) $k \neq 3$; $\quad (ii)$ $k = 3$; $\quad (iii)$ para nenhum $k \in \mathbb{R}$.

5. (a) $k = 1$ $\qquad (b)$ $k = 2$.

6. (a) $a \neq \frac{2}{5}$ e $b \in \mathbb{R}$; $\qquad (b)$ $a = \frac{2}{5}$ e $b = 0$; $\qquad (c)$ $a = \frac{2}{5}$ e $b \neq 0$.

7. (a) $k = -6$ $\qquad (b)$ $k = 13$.

8. $S = \{\lambda \in \mathbb{R};\ \lambda \neq 0,\ \lambda \neq -1,\ \text{e}\ \lambda \neq 1\}$.

9. (a) $\det A = -1 \neq 0$ logo, existe A^{-1} e $A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.
   (b) $\mathrm{S}_1 = \{(-1, -5, 4)\}$; $\qquad \mathrm{S}_2 = \{(-1, -5, -3)\}$; $\qquad \mathrm{S}_3 = \{(2, -8, 4)\}$.

10. (a) $-5a + 2b + c = 0$; $\qquad (b)$ $2a - b + c = 0$; $\quad$; (c) para quaisquer a, b e c em $\mathbb{R}$;
    (d) $a = 2$ e $b = 4$; $\qquad (e)$ $-a + b + 2c = 0$; $\quad$.

11. (a) Se $ad - bc \neq 0$, então a matriz dos coeficientes do sistema é inversível, logo terá uma única solução dada por $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{de-bf}{ad-bc} \\ \\ \frac{af-ce}{ad-bc} \end{bmatrix}$.

12. (a) $\left\{\begin{array}{rcrcrl} 2(1) & + & 3(-1) & - & (-1) = & 0 \\ 1 & - & 4(-1) & + & 5(-1) = & 0 \end{array}\right.$

(b) $\left\{\begin{array}{rcrcrl} 2(-2) & + & 3(2) & - & (2) = & 0 \\ -2 & - & 4(2) & + & 5(2) = & 0 \end{array}\right.$

(c) $x=-1$, $y=1$ e $z=1$, logo $\left\{\begin{array}{rcrcrl} 2(-1) & + & 3(1) & - & (1) = & 0 \\ -1 & - & 4(1) & + & 5(1) = & 0 \end{array}\right.$

(d) $3x=-3$, $3y=3$ e $3z=3$, logo $\left\{\begin{array}{rcrcrl} 2(-3) & + & 3(3) & - & (3) = & 0 \\ -3 & - & 4(3) & + & 5(3) = & 0 \end{array}\right.$

(e) Porque em um sistema homogêneo se (x_1, y_1, z_1) e (x_2, y_2, z_2) são soluções então,

$$k_1(x_1, y_1, z_1) + k_2(x_2, y_2, z_2)$$

também é solução para todo $k_1,\ k_2 \in I\!R$.

13. (a) S $= \{(0,0,0)\}$ o sistema é compatível determinado;

(b) S $= \{(2,1,2)\}$ o sistema é compatível determinado;

(c) sistema incompatível, não tem solução;

(d) S $= \{(-1-4z,\ \frac{1}{3}+2z,\ z);\ z \in I\!R\}$ o sistema é compatível indeterminado;

(e) S $= \{(0,-w,-w,0,w);\ w \in I\!R\}$ o sistema é compatível indeterminado;

(f) S $= \{(12+26z,\ -14-33z,\ z,\ 3+10z);\ z \in I\!R\}$ o sistema é compatível indeterminado;

(g) S $= \{(\frac{7}{16}, -\frac{1}{16}, \frac{17}{8})\}$ o sistema é compatível determinado;

(h) sistema incompatível, não tem solução;

(i) S $= \{(0,0,0)\}$ o sistema é compatível determinado;

(j) sistema incompatível, não tem solução;

(k) S $= \{(\frac{4}{3}, -\frac{2}{2}, 2, -\frac{8}{3})\}$ o sistema é compatível determinado;

(l) sistema incompatível, não tem solução;

(m) S $= \{(2,-1,-2)\}$ o sistema é compatível determinado;

(n) S $= \{(-4,2,10)\}$ o sistema é compatível determinado;

(o) S $= \{(5,1)\}$ o sistema é compatível determinado;

(p) S $= \{(-20,\ y,\ -32+4y);\ y \in I\!R\}$ o sistema é compatível indeterminado;

(q) sistema incompatível, não tem solução;

(r) S $= \{(1,2,2-2)\}$ o sistema é compatível determinado;

(s) S $= \{(3-4y+5z,\ y,\ z,\ 7-9y+13zy);\ y,z \in I\!R\}$ o sistema é compatível indeterminado;

(t) S $= \{(-\frac{209}{33}t, -\frac{53}{11}t, -\frac{79}{33}t, t); t \in I\!R\}$ o sistema é compatível indeterminado;

(u) sistema incompatível, não tem solução;

(v) S $= \{(-z+2t,\ 1+2z\ z,\ t);\ z,t \in I\!R\}$ o sistema é compatível indeterminado;

(x) S $= \{(1-3y-w,\ y,\ 2+w,\ 3+2w,\ w);\ y,w \in I\!R\}$ o sistema é compatível indeterminado.

14. (a) $k=-6$; (b) $k=16/7$; (c) $k=-1$.

15. (a) (V); (b) (F); (c) (V); (d) (V); (e) (V); (f) (V).

16. Devem processadas $20t$ de cada tipo de combustivel.

17. $1,5T$ de plástico normal e $2,5T$ de plástico especial.

18. Devem ser utilizadas $3,2g$ de A, $4,2g$ de B e $2g$ de C.

19.

20. (a) Os pesos de nado, corrida e ciclismo seguem a seguinte proporção, respectivamente, $\frac{4}{3} : 1 : 1$.

    (b) Ele ficaria empatado com o primeiro colocado.

21. $x = 5$, $y = 3$ e $z = 2$.

22. Poderão ser fabricadas 60 unidade de A e 80 unidades de B.

23. Serão necessários $1.600Kg$ do minério de tipo I e $600Kg$ do minério de tipo II.

24. O jogador A tinha $R\$39,00$, o jogador B tinha $R\$21,00$ e o jogador C tinha $R\$12,00$.

25. Foram vendidos $700Kg$ do produto A, $200Kg$ do produto B e $100Kg$ do produto C.

26. Em dezembro foram produzidos 1 unidade da ração 1, 2 unidades da ração 2 e 4 unidades da ração 3.

    Já em janeiro foram produzidos 2 unidades da ração 1, 3 unidades da ração 2 e 1 unidade da ração 3.