Universidade Federal de Viçosa
Centro de Ciências Exatas
Departamento de Matemática

Gabarito $3^{\underline{a}}$ Lista - MAT 137 - Introdução à Álgebra Linear 2013/I

1. $(a) a=-2, b=-9$, $\quad (b) a=4/5, b=-2$, $\quad (c) a=-6, b=8$.
2. $(a) a=7, b=-3, c=-2$, $\quad (b) a=9, b=-6, c=-12$, $\quad (c) a=1, b=1, c=6$.
3. $c_1=2, c_2=-1, c_3=2$.
4. $c_1=c_2=c_3=0$.
5. Nenhum dos dois ítens é espaço vetorial com estas operações.
6.
7. (a) e (c) são espaços vetoriais, mas (b) e (d) não são espaços vetoriais.
8. $d=0$ e a, b, c quaisquer números reais.
9.
10. (a) $w=3u-v$
    (b) Não
    (c) $k=12$
    (d) $c=16a+10b$
11. Somente o ítem (a) é subespaço vetorial.
12. $v_1=1u+\frac{11}{3}v+\frac{16}{3}w$; $\quad v_2=3u-\frac{11}{3}v-\frac{10}{3}$; $\quad v_3=0u+0v+0w$.
13. (i) $E=2A-B+2C$;
    (ii) Não é possível.
14. $(x,y,z)=x(1,1,1)+\frac{-2x+y+z}{2}(0,1,1)+\frac{y-z}{2}(0,1,-1)$.
15. $c=\frac{2a}{3}-\frac{4b}{3}$.
16. $k=-8$.
17. $-a+3b+5c=0$.
18.
19. Não.
20. Sim.
21.
22. (a) $\{(2,1,0),(0,0,1)\}$
    (b) $\{(2,1,-2)\}$
    (c) $\{(2,1,0),(0,0,1)\}$

    A resposta não é única.
23. $\{(2,5,0)\}$.

24.

25.

26. (a) Sim;
    (b) Não;
    (c) $\{(1,0,1,0),(0,1,2,0)\}$.

27. $s = \{(x,y,z,t) \in I\!R^4; -17x + 9y + 7z = 0\}$.

28. Não.

29. (a) L.I. se $k \neq 8$ e L.D. se $k = 8$.
    (b) Os vetores são sempre L.D.

30. L.I.

31. (a) L.D.
    (b) L.D.
    (c) L.I.
    (d) L.D.
    (e) L.D.

32.

33.

34.

35.

36.

37.

38.

39. $B = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}$. O subespaço tem dimensão 4.

40. (a) $dim(W_1) = 3$ e $B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$
    (b) $dim(W_2) = 1$ e $B = \{(1,1)\}$
    (c) $dim(W_3) = 2$ e $B = \{(1,2,3),(0,0,2)\}$
    (d) $dim(W_4) = 2$ e $B = \{(1,1,1,0),(-1,-1,0,1)\}$.

41. $v_2 = (0,1)$. Basta tomar qualquer vetor que não seja múltiplo de v_1.

42. (a) Não é base.
    (b) É base. Podemos escrever $(x,y,z) = y(2,1,-1) + (2y-x)(-1,0,1) + (x-y+z)(0,0,1)$.
    (c) É base. Podemos escrever $(x,y,z) = \frac{1}{16}(x+4y-2z)(2,3,-1) + \frac{1}{16}(-3x+4y+6z)(-2,1,1) + \frac{1}{4}(x+2z)(2,0,1)$.

43.

44.

45. $(a)[(6,2)]_B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (b)[(6,2)]_B = \begin{bmatrix} -2/3 \\ 10/3 \end{bmatrix}, \quad (c)[(6,2)]_B = \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix}$

46. $(a)[(2,-3,4)]_B = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad (b)[(2,-3,4)]_B = \begin{bmatrix} -3 \\ 11 \\ 6 \end{bmatrix}, \quad (c)[(2,-3,4)]_B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

47. $B = \{(1,1,1,0),(1,1,2,1),(2,1,0,3),(0,0,0,1)\}$.

48. $(a)B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad (b)B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

49. (i) $B = \{(1,-2,5,3),(2,3,1,-4)\}$

    (ii) $\{(1,-2,5,3),(2,3,1,-4),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

    (iii) Nenhum subconjunto da base canônica irá gerar W.

50. $B = \{(-1,3,5,0),(-2,0,7,3)\}$.

51. (a) $B_U = \{(0,1,0),(0,0,1)\}, \quad B_V = \{(1,0,0),(0,2,1)\}, \quad B_{U\cap V} = \{(0,2,1)\}$.

    (b) $B_U = \{(1,-1,4)\}, \quad B_V = \{(1,0,0),(1,0,1)\}, \quad B_{U\cap V} = \emptyset$.

52. $B_U = \{(1,0,0,0),(0,1,2,1)\}, \quad B_W = \{(1,2,3,0),(0,1,3,1)\},$
$B_{U+W} = \{(1,0,0,0),(0,1,2,1),(0,0,-1,-2),(0,0,0,-2)\}$

53. $B_U = \{t^3+t^2, -t^3+t, 1\}, \quad B_W = \{t^3+1, t^2+1, t+1\},$
$B_{U+W} = \{t^3+t^2, t^2+t, t-1, -2\}, \quad B_{U\cap W} = \{t^3+t^2+2, -t^3+t\}$.

54. $[(1,0,0)]_\beta = \begin{bmatrix} 1/3 \\ -1/3 \\ 1/3 \end{bmatrix}$.

55. $(a)[(4,5,3)]_C = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}, (b)[(4,5,3)]_C = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (c)[(4,5,3)]_C = \begin{bmatrix} 41/11 \\ -10/11 \\ 3/11 \end{bmatrix}$.

56. $[t^3 - 2t^2 + 1]_\beta = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$.

57. $[u]_\gamma = \begin{bmatrix} b-c \\ b \\ c+a-2b \end{bmatrix}$.

58. $\alpha = \{(-3,5),(1,-1)\}$ e $u = (-1,3)$.

59. $[I]_\gamma^\beta = \begin{bmatrix} -2 & -9 & 6 \\ -1 & -4 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \end{bmatrix}, \quad [I]_\beta^\gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad [u]_\gamma = \begin{bmatrix} 10 \\ 3 \\ 8 \end{bmatrix}$.

60. $(a)[v]_\beta = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad (b)[v]_{\beta'} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix}$.