

Quinta Lista de Álgebra Elementar
Juliano Soares Amaral Dias

1. Calcule a soma e o produto das raízes dos seguintes polinômios:

- (a) $f(x) = x^3 - x + 2$
- (b) $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x$
- (c) $f(x) = 2x^{15} - 42x + 7$
- (d) $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + x^2 - x + 192$
- (e) $f(x) = x^5 + 2x^2 + 2x$

2. Calcule a soma dos inversos das raízes dos seguintes polinômios:

- (a) $f(x) = x^3 - x + 2$
- (b) $h(x) = x^3 + 2x^2 + 2$
- (c) $p(x) = x^4 + 2x^2 + x - 2$
- (d) $r(x) = x^5 - 3x^4 + x^2 + 3x - 4$

3. Calcule as raízes do polinômio abaixo, sabendo que uma raiz é o dobro da soma das outras duas.

$$f(x) = x^3 - 12x^2 + 37x - 40$$

.

4. Calcule as raízes do polinômio abaixo, sabendo que o produto de duas das suas raízes é igual a unidade.

$$f(x) = 2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 2x$$

.

5. Calcule as raízes do polinômio $f(x) = 3x^3 - 3x^2 - 24x + 36$, sabendo que uma das raízes tem multiplicidade 2.

6. Calcule as raízes do polinômio $f(x) = x^3 - ix^2 + x - i$, sabendo que uma das raízes tem multiplicidade 2.

7. Calcule as raízes do polinômio $f(x) = x^3 - 21x^2 + 131x - 231$, sabendo que as raízes estão em uma progressão aritmética, isto é, existe um número p tal que as raízes r_1, r_2 e r_3 satisfazem as igualdades $r_2 = r_1 + p$ e $r_3 = r_1 + 2p$.

8. Calcule as raízes do polinômio $f(x) = x^3 - 13x^2 + 39x - 27$, sabendo que as raízes estão em uma progressão geométrica, isto é, existe um número p tal que as raízes r_1, r_2 e r_3 satisfazem as igualdades $r_2 = r_1 \cdot p$ e $r_3 = r_1 \cdot p^2$.

9. Se $0, 2, 3 - i$ e $7i$ são raízes de um polinômio com coeficientes reais, qual é o menor grau possível para este polinômio?

10. Calcule o polinômio de menor grau com coeficientes reais em que o coeficiente do termo de maior grau é igual a 1 e que tenha $2 - i$ e i como raízes.
11. Determine se o polinômio $f(x) = 331x^{101} + x^{37} - 70$ possui raízes reais.
12. Encontre as raízes de $f(x) = 2x^4 - 8x^2 + 16x + 70$, sabendo que $2 - i\sqrt{3}$ é uma das raízes.
13. Decomponha o polinômio $f(x) = 3x^5 - 3x^4 + 24x^3 - 24x^2 + 48x - 48$ como um produto de uma constante com polinômios de primeiro grau da forma $x - r$, sabendo que $2i$ é uma raiz de multiplicidade 2.
14. Decomponha o polinômio $f(x) = x^7 - x^6 + 3x^5 - 3x^4 + 3x^3 - 3x^2 + x - 1$ como um produto de uma constante com polinômios de primeiro grau da forma $x - r$, sabendo que i é uma raiz de multiplicidade 3.
15. Decomponha o polinômio $f(x) = x^4 - 4x^2 + 8x + 35$ como um produto de uma constante com polinômios de primeiro grau da forma $x - r$, sabendo que $2 + i\sqrt{3}$ é uma raiz.
16. Verifique se $x^3 - 5x^2 + 7x - 3$ tem alguma raiz de multiplicidade 2.
17. Verifique se $2x^3 - 9x^2 + 12x + 6$ tem alguma raiz de multiplicidade 2.
18. Calcule as raízes do polinômio $p(x) = 4x^3 - 20x^2 + 33x - 18$, sabendo que admite raiz de multiplicidade 2.
19. Obtenha as raízes dos polinômios
 - (a) $x^4 + 12x^3 + 48x^2 + 64x$.
 - (b) $x^4 - 11x^3 + 36x^2 - 16x - 64$
 - (c) $x^4 - 12x^3 + 52x^2 - 96x + 64$
 - (d) $x^5 + x^4 - 5x^3 - x^2 + 8x - 4$
20. Calcule o mdc e o mmc dos polinômios
 - (a) $f(x) = (x - 1)(x - 2)^2(x - 3)$ e $g(x) = (x - 2)(x - 3)(x - 4)$
 - (b) $f(x) = x^4 - 1$ e $g(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2$
 - (c) $f(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2$ e $g(x) = x^2 - 4x + 3$
 - (d) $f(x) = x^3 + x$ e $g(x) = x^2 - 1$