Sexta Lista de Álgebra Elementar

Juliano Soares Amaral Dias

1. Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 11 & 3 \\ 7 & 3 & 2 & -5 & 2 \\ 5 & 2 & 3 & -7 & 13 \end{bmatrix}$, responda as seguintes questões:

   (a) Qual é a ordem de A?

   (b) Quais são as entradas a_{13}, a_{24} e a_{32}

2. Sejam as matrizes A, B, C, D e E que verificam a igualdade $ABCDE = EDCBA$. Sabendo que C é uma matriz de ordem 3×2, quais são as ordens das outras matrizes?

3. Considere as matrizes abaixo e calcule o que se pede se a ordem das matrizes permitir:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 11 & 3 \\ 7 & 3 & 2 & -5 & 2 \\ 5 & 2 & 3 & -7 & 13 \end{bmatrix}, \; B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \\ 13 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \; C = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 12 \end{bmatrix}, \; E = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \; F = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \; G = \begin{bmatrix} 7 & -2 & 11 \\ 0 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

   (a) $C + G$

   (b) $3E$

   (c) CG

   (d) GC

   (e) $D(G + C)$

   (f) $(G + C)D$

   (g) AB

   (h) BA

   (i) $BA + 3C - 2G$

   (j) FE

   (k) EF

   (l) $FG - 2EF$

   (m) FD

   (n) $CFDE$

4. Calcule o determinante das seguintes matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} 3 & -7 & 0 \\ -1 & 3 & 11 \\ 1 & 8 & -2 \end{bmatrix},\ D = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 13 \\ 1 & 2 & 0 \\ 11 & -4 & 1 \end{bmatrix},$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix},\ F = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix},\ 3A,\ -3C,\ A+B,\ E+F,\ AB,\ BA,\ CD,\ DC,\ EF \text{ e } FE$$

5. Sejam M e N matrizes quadradas de mesma ordem $n \times n$. A partir dos resultados da questão anterior, o que você acha que podemos afirmar sobre as seguintes hipóteses:

   (a) $det(M + N) = det(M) + det(N)$

   (b) $det(MN) = det(M) \cdot det(N)$

   (c) $det(\lambda \cdot M) = \lambda \cdot det(M)$ para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$