

Terceira Lista de Álgebra Elementar
Juliano Soares Amaral Dias

1. Calcule os produtos e escreva os resultados na forma algébrica $z = a + bi$ e na forma trigonométrica $z = \rho (\cos \theta + i \sin \theta)$:

(a) $(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}) \cdot [2 (\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6})]$

(b) $[8 (\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6})] \cdot (\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i)$

(c) $(\sqrt{3} + i) \cdot \frac{i}{(-1 - \sqrt{3}i)}$

2. Calcule as potências a seguir, deixando o resultado na forma algébrica $z = a + bi$:

(a) $(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})^3$

(b) $(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})^{115}$

(c) $[10 (\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})]^3$

(d) $[2 (\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6})]^3$

(e) $[8 (\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6})]^{-3}$

(f) $(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i)^{103}$

(g) $(-4 + 4i)^{-2}$

(h) $(1 - i)^{-15}$

(i) $(\sqrt{3} + i)^{10}$

(j) $(\sqrt{3} - i)^{100}$

(k) $(1 + \sqrt{3}i)^{10}$

(l) $(\sqrt{3} + \sqrt{3}i)^{201}$

(m) $(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i)^{10} + (\sqrt{3} + i)^{101}$

(n) $\frac{i}{(-1 - \sqrt{3}i)^7}$

3. Determine o menor número natural n para o qual $(\sqrt{3} - i)^n$ é:

(a) real e positivo;

(b) real e negativo;

(c) imaginário puro.

4. Calcule as raízes quadradas, cúbicas e quartas de 8.

5. Calcule as raízes:

- (a) $\sqrt{-7 + 24i}$
- (b) $\sqrt{5 + 12i}$
- (c) $\sqrt[3]{1 + i}$
- (d) $\sqrt[4]{-1}$
- (e) $\sqrt[3]{1 + i}$
- (f) $\sqrt{-16i}$
- (g) $\sqrt[6]{729}$
- (h) $\sqrt{\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}}$
- (i) $\frac{1}{\sqrt[3]{-4i}}$

6. Resolva as equações a seguir:

- (a) $x^2 - 1 = 0$
- (b) $x^2 + 1 = 0$
- (c) $x^2 - i = 0$
- (d) $x^3 - i = 0$
- (e) $x^3 - 27 = 0$
- (f) $x^6 - 8 = 0$
- (g) $x^6 + 8 = 0$

7. Sabendo que uma das raízes oitavas de um número complexo z é igual a $\sqrt{3} + i$, calcule as raízes quartas de z .

8. Sabendo que uma das raízes de ordem 6 de um número complexo z é igual a -2 , calcule as outras raízes de ordem 6 de z .

9. Represente graficamente os números $i + \sqrt[6]{-64i}$

10. Um octógono, inscrito numa circunferência de centro na origem, tem como um de seus vértices $z_1 = 5i$. Que números complexos estão nos outros vértices?