PRIMEIRA LISTA DE CÁLCULO III

1. Esboce as curvas dadas pelas equações paramétricas e encontre a equação cartesiana da mesma:

   (a) $\begin{cases} x(t) = -1 + t \\ y(t) = 2 - t \qquad t \in \mathbb{R} \end{cases}$

   (b) $\begin{cases} x(t) = -1 + t^2 \\ y(t) = 2 - t^2 \qquad t \in \mathbb{R} \end{cases}$

   (c) $\begin{cases} x(t) = cos^2(t) \\ y(t) = sen^2(t) \qquad t \in \mathbb{R} \end{cases}$

   (d) $\begin{cases} x(t) = t^2 - 4 \\ y(t) = 1 - t \qquad t \in \mathbb{R} \end{cases}$

   (e) $\begin{cases} x(t) = sen(t) \\ y(t) = cos(2t) \qquad t \in [0, 2\pi] \end{cases}$

   (f) $\begin{cases} x(t) = cos(t) \\ y(t) = -3 + sen(t) \qquad t \in [0, 2\pi] \end{cases}$

   (g) $\begin{cases} x(t) = 3cos(t) \\ y(t) = 2sen(t) \qquad t \in [0, 2\pi] \end{cases}$

2. Faça um esboço das curvas parametrizadas por :

   (a) $\alpha(t) = (2, 1, t) \qquad t \in \mathbb{R}$

   (b) $\alpha(t) = (2cos(t), 3sen(t), 5) \qquad t \in [0, 2\pi]$

   (c) $\alpha(t) = (3, cos(t), sen(t)) \qquad t \in [0, \pi]$

   (d) $\alpha(t) = (t^2 - 1, 2, t) \qquad t \in [0, +\infty)$

   (e) $\alpha(t) = ((2cos(t)-1)(cos(t)), (2cos(t)-1)(sen(t))) \qquad t \in \mathbb{R}$

3. Parametrize as seguintes curvas:

   (a) A reta $x - 2y = 6$.

   (b) A circunferência com centro em (a, b) e raio r.

   (c) A elipse $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1, \qquad x \geq a.$

4. Chama-se ciclóide a curva gerada pelo caminho percorrido por um ponto P fixo em uma circunferência de raio a, quando esta circunferência gira, sem deslizar, sobre uma linha reta (considere o eixo-x). Encontre as equações paramétricas da ciclóide.

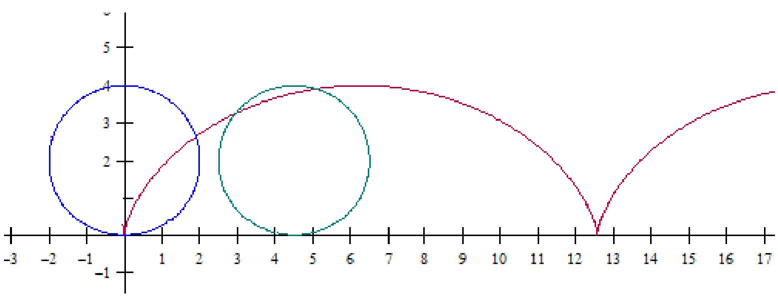

Figura 1: Ciclóide

5. Encontre a equação da curva parametrizada α tal que $\alpha(0) = (2, 0)$ e $\alpha'(t) = (t^2, e^t)$.

6. Parametrize as curvas abaixo pelo comprimento de arco.

   (a) $\alpha(t) = (e^t cos(t), e^t sen(t)), \qquad t \in \mathbb{R}$. [espiral logarítmica]
   (b) $\alpha(t) = (a(t - sen(t)), a(1 - cos(t)), \qquad 0 < t < 2\pi$. [Ciclóide]

7. Para as curvas abaixo encontre o tangente unitário, o vetor normal e a função curvatura.

   (a) $\alpha(t) = (a(t - sen(t)), a(1 - cos(t)), \qquad 0 < t < 2\pi.$
   (b) $\alpha(t) = ((2cos(t) - 1)(cos(t)), (2cos(t) - 1)(sen(t))) \qquad t \in \mathbb{R}$
   (c) $\alpha(t) = (acos(t), asen(t), bt), \qquad t \in \mathbb{R}.$

8. Considere a elipse $\alpha(t) = ((acos(t), bsen(t)), \qquad t \in \mathbb{R}$, sendo $a > 0$,$b > 0$ e $a \neq b$. Encontre os valores de t para os quais a curvatura de $alpha$ é máxima e mínima.

9. Prove que a aplicação $\alpha(t) = (1 + cos(t), sen(t), 2sen(t/2))$, $t \in \mathbb{R}$, é uma curva regular cujo traço está contido na interseção do cilindro $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; (x - 1)^2 + y^2 = 1\}$ e da esfera $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 4\}$

10. Parametrize a curva que se obtém pela interseção do cilindro $x^2 + y^2 = 1$ com o plano $x + 2y + z = 1$.

11. Encontre a equação da reta tangente à curva de equação $\alpha(t) = (2t^2 + 1, t - 1, 3t^3)$ em $t_0 \in \mathbb{R}$, sendo $\alpha(t_0)$ é o ponto de interseção do traço da curva com o plano xz.