Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral III
UFOP - Professor: Sebastião Martins

1. Calcule as integrais duplas sobre a região R dada:

   (a) $\displaystyle\int\int_R \left(\frac{\sqrt{x}}{y^2}\right) dA,$ $\quad R: 0 \leq x \leq 4, \quad 1 \leq y \leq 2.$

   (b) $\displaystyle\int\int_R xycos(y)dA,$ $\quad R: -1 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq \pi.$

   (c) $\displaystyle\int\int_R ycos(x+y)dA,$ $\quad R: -\pi \leq x \leq 0, \quad 0 \leq y \leq \pi.$

   (d) $\displaystyle\int\int_R \left(\frac{x}{y}\right) dA,$ $\quad R$ é a região do primeiro quadrante limitado pelas retas: $y = x$, $y = 2x$, $x = 1$ e $x = 2$.

2. Esboce a região de integração e escreva uma integral dupla equivalente com a ordem de integração invertida

   (a) $\displaystyle\int_0^1 \int_2^{4-2x} dydx$

   (b) $\displaystyle\int_0^2 \int_0^{4-y^2} ydxdy$

   (c) $\displaystyle\int_0^1 \int_{1-x}^{1-x^2} dydx$

   (d) $\displaystyle\int_0^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} 6xdydx$

3. Calcule o volume de uma região delimitada superiormente pelo parabolóide $z = x^2 + y^2$ e inferiormente pelo triângulo delimitado pelas retas $y = x$, $x = 0$ e $x + y = 2$.

4. Encontre o volume do sólido delimitado superiormente pelo cilindro $z = x^2$ e inferiormente pela região delimitada pela parábola $y = 2 - x^2$ e pela reta $y = x$ no plano xy.

5. Calcule a integral imprópria $\displaystyle\int_1^{\infty} \int_{e^{-x}}^{1} \frac{1}{x^3 y} dydx.$

6. Calcule o volume do sólido, no primeiro octante, limitado pelas superfícies $z = 1 - y^2$, $x = y^2 + 1$ e $x = -y^2 + 9$.

7. Considere a aplicação definida por $x(u,v) = uv$ e $y(u,v) = v - u$. Determine a imagem D no plano xy do retângulo R de vértices $(0,1), (1,1), (1,2)$ e $(0,2)$. Calcule a área de D.

8. Calcule a integral $\displaystyle\int\int_D \frac{dxdy}{(1+x^2+y^2)^2}$, onde

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 4\}$$

.

9. Calcule as integrais triplas:

   (a) $\displaystyle\int_0^1 \int_0^1 \int_{-1}^1 x^2 + y^2 + z^2 dxdydz$

   (b) $\displaystyle\int_0^1 \int_1^{\sqrt{e}} \int_1^e yln(x) \frac{(ln(z))^2}{z} dydxdz$

   (c) $\displaystyle\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} \int_0^x (x^2 + y^2) dzdxdy$

   (d) $\displaystyle\int_0^4 \int_0^1 \int_{2y}^2 \frac{4cos(x^2)}{2\sqrt{z}} dxdydz$

10. Calcule o volume da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ utilizando uma integral tripla.

11. Calcule o volume do cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ utilizando uma integral tripla.

12. Calcule a área de uma elipse $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, utilizando uma integral dupla.

13. Calcule o volume do elipsóide $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1$.

14. Seja R a região do plano delimitada pelas curvas $y + 2x - 4 = 0$, $y + 2x - 7 = 0$, $y - x - 2 = 0$ e $y - x - 1 = 0$. Calcule a integral $\displaystyle\int\int_R (x + 2y) dxdy$ (Dica: Faça a mudança de coordenada $u = x - y$ e $v = 2x + y$.)

15. Encontre o volume do sólido delimitado pelo cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ entre os planos $z = 1$ e $z = 2$.

16. Encontre o volume do sólido delimitado inferiormente por $z = 0$, lateralmente pelo cilindro $x^2 + y^2 = 1$ e superiormente pelo parabolóide $z = x^2 + y^2$.

17. Encontre o volume do sólido cortado do cilindro espesso $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$ pelos cones $z = \pm\sqrt{x^2 + y^2}$.

18. Encontre o volume da região que está dentro da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ e fora do cilindro $x^2 + y^2 = 1$.

19. Encontre o volume da região delimitada acima pela esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ e abaixo pelo parabolóide $z = x^2 + y^2$.