Cálculo Diferencial e Integral II
Adicionais da 1º Lista de Exercícios

1) Em cada item, a região delimitada pelas curvas abaixo é rotacionada em torno do eixo dado gerando um sólido. Calcule o volume do sólido.

i) $y = x^3,\ x = 2$ e o eixo x em torno do eixo y.

ii) $y = x^2$ e $y^2 = x$ em torno da reta $x = -1$.

iii) $y = 4x - x^2$ e $y = x$ em torno da reta $x = 3$.

iv) $y^2 = 4x$ e $y = x$ em torno da reta $x = -2$.

v) $y = \sqrt{x}$ e pelas retas $y = 2$ e $x = 0$ em torno:

- a) do eixo x b) do eixo y c) da reta $y = 2$ d) da reta $x = 4$.

vi) Determine o volume do sólido obtido com a rotação da região limitada pela parábola $y = x^2$ e pela reta $y = 1$ em torno:

- a) da reta $y = 1$ b) da reta $y = 2$ c) da reta $y = -1$.

vii) O triângulo com vértices $(1, 1),\ (1, 2)$ e $(2, 2)$ em torno:

- a) do eixo x b) do eixo y c) da reta $x = 10/3$ d) da reta $y = 1$.

viii) A região limitada por $y = \sqrt{x}$ e $y = x^2/8$ em torno:

- a) do eixo x b) do eixo y.

ix) A região limitada por $y = 2x - x^2$ e por $y = x$ em torno:

- a) do eixo y b) da reta $x = 1$.

x) A região delimitada pela parábola $x = y^2 + 1$ e a reta $x = 5$ em torno:

- a) do eixo x b) do eixo y c) da reta $x = 5$.

2) Cada plano perpendicular ao eixo x intercepta um certo sólido numa secção transversal circular cujo diâmetro está no plano xy e estende-se de $y = x^2$ a $y = 8 - x^2$. O sólido está entre os pontos de intersecção dessas curvas. Calcule seu volume.

3) Cada integral abaixo representa o volume de um sólido de revolução. Esboce a região plana e determine o eixo de revolução e o método utilizado para o cálculo do volume.

$$a)\ \int_0^3 2\pi x^5 dx \quad b)\ 2\pi \int_0^2 \frac{y}{1+y^2}\, dy \quad c)\ \int_0^1 2\pi(3-y)(1-y^2)\, dy$$

$$d)\ \int_0^{\pi/4} 2\pi(\pi - x)(\cos x - \sin x)\, dx \quad e)\ \pi \int_0^{\pi/2} \cos^2 x\, dx \quad f)\ \pi \int_0^5 y\, dy$$

$$g)\ \pi \int_0^4 (y^4 - y^8)\, dy \quad h)\ \pi \int_0^{\pi/2} [(1+\cos x)^2 - 1]\, dx \quad i)\ \pi \int_0^2 [6^2 - (x^2 - 2x + 6)^2]\, dx$$

4) Decida se cada uma das integrais impróprias abaixo é convergente ou divergente.

$$a)\ \int_1^{+\infty} \frac{\arctan x}{1+x^2} dx \qquad b)\ \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x[1+(\ln x)^2]}$$

5) Para quais valores de p, a integral imprópria abaixo é convergente?

$$\int_3^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x [\ln(\ln x)]^p}$$

Respostas:

$$1)\ i)\ \frac{64\pi}{5} u.v \quad ii)\ \frac{29\pi}{30} u.v \quad iii)\ \frac{27\pi}{2} u.v \quad iv)\ \frac{2815\pi}{15} u.v$$

$$v)\ a)\ 8\pi u.v \quad b)\ \frac{32\pi}{5} u.v \quad c)\ \frac{8\pi}{3} u.v \quad d)\ \frac{224\pi}{15} u.v$$

$$vi)\ a)\ \frac{16\pi}{15} u.v \quad b)\ \frac{56\pi}{15} u.v \quad c)\ \frac{64\pi}{15} u.v$$

$$vii)\ a)\ \frac{5\pi}{3} u.v \quad b)\ \frac{4\pi}{3} u.v \quad c)\ 2\pi u.v \quad d)\ \frac{2\pi}{3} u.v$$

$$viii)\ a)\ \frac{24\pi}{5} u.v \quad b)\ \frac{48\pi}{5} u.v$$

$$ix)\ a)\ \frac{\pi}{6} u.v \quad b)\ \frac{\pi}{6} u.v$$

$$x)\ a) 8\pi u.v \quad b)\ \frac{1088\pi}{15} u.v \quad c)\ \frac{512\pi}{15} u.v$$

$$2)\ \frac{512\pi}{15} u.v$$

$4)$ $a)$ converge $\qquad$ $b)$ converge

$5)$ converge se $p > 1$ e diverge, caso contrário